

PŘÍRODOVĚDECKÁ FAKULTA
UNIVERZITY PALACKÉHO V OLOMOUCI

Katedra optiky



DIPLOMOVÁ PRÁCE

**Teoretické a experimentální posouzení
energetické účinnosti prostorových modulátorů světla**

Vypracoval:

Zdeněk Doležel

Vedoucí diplomové práce:

Prof. RNDr. Zdeněk Bouchal, Dr.

Studijní obor:

Optika a optoelektronika, 5. ročník

Datum odevzdání práce:

6. srpna 2007

Prohlášení:

Prohlašuji, že jsem tuto práci napsal zcela samostatně s použitím uvedené literatury a pod vedením Prof. RNDr. Zdeňka Bouchala, Dr.

Souhlasím s jejím uveřejněním na internetových stránkách katedry a použitím pro potřeby výuky.

V Olomouci dne 6. srpna 2007

.....

Poděkování:

Děkuji vedoucímu práce Prof. Zdeňku Bouchalovi za čas věnovaný konzultacím a odborným radám. Dále děkuji Mgr. Radkovi Čelechovskému za asistenci v laboratoři a pomoc při programování v Matlabu.

Obsah

1	Úvod	5
2	Charakteristika prostorových modulátorů světla	7
2.1	Polarizace světla, elipsoid indexu lomu	7
2.2	Kapalné krystaly, elektrooptický jev	12
2.3	Amplitudová modulace	14
2.4	Fázová modulace	15
2.5	Prostorové modulátory světla	18
3	Difrakce na periodických strukturách	24
3.1	Základy teorie difrakce	24
3.2	Difraktivní struktury	28
3.3	Skalární difrakční teorie tenkých mřížek	29
4	Teoretická energetická účinnost PMS	32
4.1	Difrakční účinnost význačných mřížek	32
4.2	Vliv Gaussovského svazku na energetiku	44
4.3	Obecná kombinace dvou difrakčních mřížek	46
4.4	Vliv fokusačního členu na energetiku	48
4.5	Kombinace dvou fázových map	51
5	Optické víry	53
5.1	Podstata a využitelnost optických vírů	53
5.2	Spirální fázová maska	54
6	Experiment	58
7	Závěr	67
	Reference	68

1 Úvod

V posledních letech přitahuje stále větší pozornost ta část optiky, která se zabývá prostorovou modulací světla. Pojem prostorové modulace světla v této práci znamená optické jevy související s vlnovou podstatou světla, zejména pak difrakci světla na periodických strukturách. Aby bylo možno dopracovat se k funkčnímu zařízení poskytujícímu požadovaný výstup, je třeba studovat všechny jevy podílející se na ovlivňování chodu světelného svazku systémem. Cílem této práce je vyhodnotit energetickou účinnost prostorových modulátorů světla zejména ve vztahu k difrakci světla.

I když odhlédneme od zcela běžných forem prostorové modulace světla zprostředkovaných čočkami a zrcadly, lze jednoduše předpokládat, že se čtenář s technicky složitější a zajímavější formou prostorové modulace již setkal. Například pokud čte tuto práci na svém počítači, dost pravděpodobně ji v dnešní době zobrazuje pomocí LCD displeje. Zobrazovací technikou však výčet zdaleka nekončí, prostorová modulace světla hraje významnou roli jak ve sdělovací technice, tak například v systémech optických pinzet, kterými lze zachytit a transportovat mikročástice. Další velmi zajímavou oblastí využití je vytváření nedifrakčních a vírových světelných svazků, což bude diskutováno v jedné ze závěrečných kapitol.

Aby bylo možno dosáhnout takto specifických výstupů, je třeba do optického systému zařadit sofistikovaná zařízení. Srdcem každého výše zmiňovaného uspořádání je prostorový modulátor světla (PMS), který ovlivňuje amplitudu, fázi nebo amplitudu i fázi dopadajícího světla. V druhé kapitole bude diskutována činnost PMS s přihlédnutím k polarizačním stavům světla. Jelikož dnešní PMS fungují na bázi kapalných krystalů, bude vysvětlen jejich vliv na procházející světelný svazek. V této kapitole bude rovněž objasněn princip funkce amplitudových a fázových modulátorů společně s přehledem některých konkrétních typů.

Prostorový modulátor světla je zařízení složené z matice totožných prvků, jejichž funkce je řízena nejčastěji pomocí počítače. Fyzická struktura PMS však hraje zásadní roli v energetice celého systému, protože na ní dochází k parazitním difrakčním jevům. Ve třetí kapitole tedy bude nastíněna teorie difrakce s důrazem zejména na periodické struktury, vedoucí ke vzniku difrakčních řádů prošlého světla.

Čtvrtá kapitola bude věnována difrakci na význačných strukturách. Jak bude vysvětleno, rozklad světla na PMS lze chápat jako rozklad na několika difraktivních vrstvách, je tedy třeba řešit i případy kombinace různých vrstev. Kapitola bude obsahovat grafy s teoretickými hodnotami

výkonových koeficientů.

Pátá kapitola přiblíží vznik vírových efektů ve světelném svazku za pomoci spirální fázové masky. Tyto efekty se ve své podstatě podobají běžným hydrodynamickým vírům, mohou tedy sloužit k roztačení mechanických objektů při mikromanipulacích nebo jako pohon pro miniaturní rotory užívané v mikromechanických systémech.

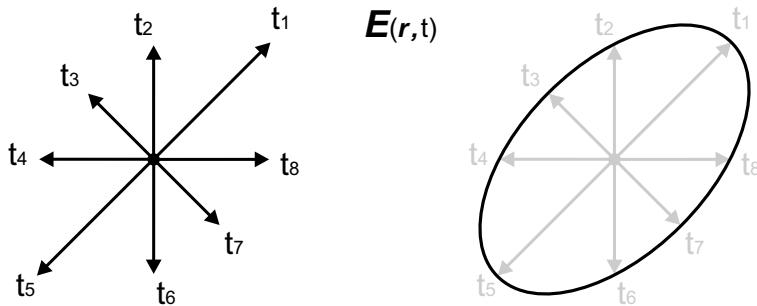
V poslední kapitole bude zhodnocena korelace teoretických hodnot energetické účinnosti systému s reálným výsledkem dosaženým v laboratoři.

2 Charakteristika prostorových modulátorů světla

Prostorový modulátor světla je zařízení, které pracuje na principu změny optické dráhy různě polarizovaného světla v prostředí, což má za následek změnu fáze nebo amplitudy prošlého světla oproti vlně, jež nebyla modulátorem ovlivněna. V této kapitole bude diskutována polarizace světla a rozklad libovolného polarizačního stavu do ortogonální báze vektorů elektrické intenzity, z nichž každý pociťuje v prostředí jiný index lomu. Tento efekt je základem elektrooptické retardace a umožňuje tak přímo funkci prostorového modulátoru světla jako optického elementu. Podklady jsou čerpány z [1], [2], [3] a oficiálních materiálů výrobců modulátorů [13] – [16].

2.1 Polarizace světla, elipsoid indexu lomu

Polarizace světla je charakterizována vektorem elektrické intenzity $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ a jeho vývojem v prostoru a čase. Pro monochromatickou rovinnou vlnu platí, že složky vektoru $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ se v čase mění harmonicky podle funkce *kosinus*, amplituda i fáze jsou ale obecně různé. V každém bodě prostoru opisuje koncový bod vektoru $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ elipsu.



Obrázek 1: Časový vývoj polarizace rovinné vlny v jednom bodě prostoru.

V případě rovinné vlny lze rovinu, v níž kmitá vektor elektrické intenzity, považovat za kolmou ke směru šíření. Polarizace takové vlny se nazývá *obecně eliptická*, přičemž orientace a excentricita této elipsy určují polarizační stav světla. Časový vývoj polarizačního stavu v bodě prostoru ukazuje obr. 1.

Pro případ rovinné monochromatické vlny o frekvenci v šířící se ve směru osy z lze vývoj vektoru elektrické intenzity zapsat jako

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \operatorname{Re} \left\{ A \exp \left[i 2\pi v \left(t - \frac{z}{c} \right) \right] \right\}, \quad (1)$$

kde c je rychlosť svetla ve vakuu a vektorová amplituda A má složky

$$\begin{aligned} A_x &= a_x \exp [i\varphi_x], \\ A_y &= a_y \exp [i\varphi_y]. \end{aligned}$$

Vektor elektrické intenzity lze rovněž rozepsat do složek

$$\begin{aligned} E_x &= a_x \cos \left[2\pi\nu \left(t - \frac{z}{c} \right) + \varphi_x \right], \\ E_y &= a_y \cos \left[2\pi\nu \left(t - \frac{z}{c} \right) + \varphi_y \right], \end{aligned} \quad (2)$$

ze kterých lze vyloučením parametru $(t - \frac{z}{c})$ odvodit tvar polarizační elipsy

$$\frac{E_x^2}{a_x^2} + \frac{E_y^2}{a_y^2} - 2 \frac{E_x E_y}{a_x a_y} \cos \varphi = \sin^2 \varphi, \quad (3)$$

kde $\varphi = \varphi_y - \varphi_x$ je fázový rozdíl ortogonálních složek vektoru elektrické intenzity. Tato rovnice popisuje trajektorii, po které se pohybuje koncový bod vektoru E .

Významné jsou zejména tyto případy fázového rozdílu:

$$1) \varphi = m\pi; \quad m = 0, 1, 2, \dots$$

Jelikož lze zapsat $\cos \varphi = (-1)^m$, rovnice elipsy přechází na tvar

$$\left(\frac{E_x}{a_x} - (-1)^m \frac{E_y}{a_y} \right)^2 = 0,$$

což je rovnice přímky

$$E_y = (-1)^m \frac{a_y}{a_x} E_x.$$

Kmitosměr *lineární polarizace* svírá s osou x úhel $\alpha = \arctg(a_y/a_x)$.

$$2) \varphi = \pm \frac{\pi}{2}; \quad a_x = a_y = a_0$$

V tomto případě se polarizační elipsa mění v rovnici kružnice

$$\frac{E_x^2 + E_y^2}{a_0^2} = 1.$$

Jestliže $\varphi = +\pi/2$, elektrické pole rotuje v daném místě z proti smyslu otáčení hodinových ručiček, díváme-li se proti směru šíření. Tomuto stavu říkáme *pravotočivá kruhová polarizace*.

Pro *levotočivou kruhovou polarizaci* potom platí $\varphi = -\pi/2$.

Polarizační stav se rovněž popisuje pomocí tzv. *Jonesova vektoru* tvaru

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix},$$

odkud lze stanovit orientaci a tvar polarizační elipsy z poměru $a_y/a_x = |A_y|/|A_x|$ a fázového rozdílu $\varphi = \arg\{A_y\} - \arg\{A_x\}$. Polarizační stav vlny o jednotkové intenzitě, zapsaný pomocí Jonesova vektoru, má následující tvar:

$$\begin{aligned} \mathbf{J} &= \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} && \text{pro lineární polarizaci v ose } x, \\ \mathbf{J} &= \begin{bmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{bmatrix} && \text{lineární polarizace, jejíž kmitosměr svírá s osou } x \text{ úhel } \theta, \\ \mathbf{J} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} && \text{pro pravotočivou kruhovou polarizaci,} \\ \mathbf{J} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} && \text{pro levotočivou kruhovou polarizaci.} \end{aligned}$$

Elipsoid indexu lomu

Materiály v optice se obecně rozdělují na *izotropní* a *anizotropní*, čili na takové, jejichž optické vlastnosti *nejsou*, resp. *jsou* závislé na směru šíření. V anizotropních materiálech jsou makroskopické vlastnosti látky závislé na mikroskopické struktuře - například tvarem a orientací jednotlivých molekul a prostorovým uspořádáním jejich středů. Anizotropní vlastnosti vykazují zejména pevné krystalické látky (monokrystaly) nebo kapalné krystaly, které svou reakcí na vnější prostředí umožňují funkci prostorových modulátorů světla.

V lineárním anizotropním dielektriku je každá složka elektrické indukce lineární kombinací všech složek elektrického pole

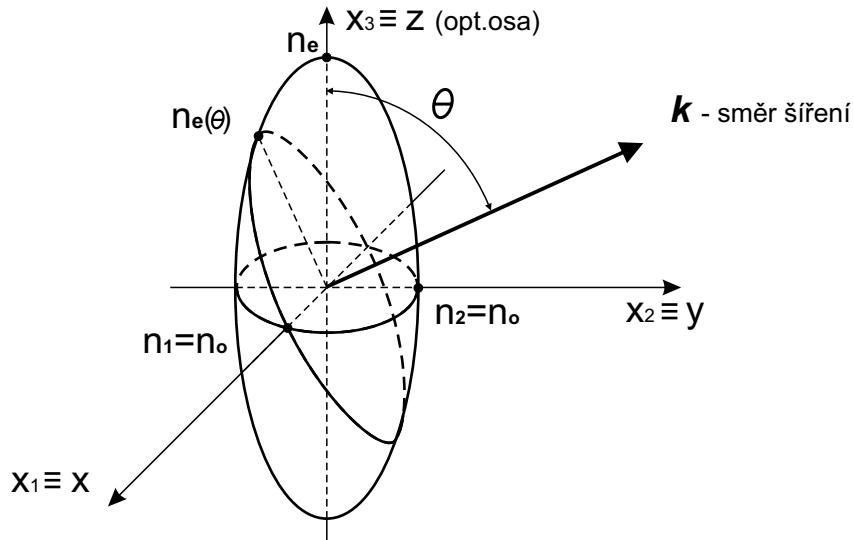
$$D_i = \sum_j \epsilon_{ij} E_j,$$

kde $i, j = 1, 2, 3$ reprezentuje složky x, y, z a ϵ_{ij} představuje tenzor permitivity (druhého řádu). Ten je symetrický a lze nalézt takovou soustavu souřadnic, kde vymizí nediagonální prvky. Pak lze zapsat

$$D_1 = \epsilon_1 E_1, \quad D_2 = \epsilon_2 E_2, \quad D_3 = \epsilon_3 E_3.$$

Tato soustava definuje hlavní osy a roviny krystalu a pro indexy lomu v těchto osách platí

$$n_1 = \left(\frac{\epsilon_1}{\epsilon_0} \right)^{1/2}, \quad n_2 = \left(\frac{\epsilon_2}{\epsilon_0} \right)^{1/2}, \quad n_3 = \left(\frac{\epsilon_3}{\epsilon_0} \right)^{1/2}. \quad (4)$$



Obrázek 2: Elipsoid indexu lomu jednoosého krystalu.

Tyto indexy se nazývají *hlavní indexy lomu*, ϵ_0 je permitivita vakua. V geometrické reprezentaci lze znázornit hlavní indexy lomu pomocí soustavy souřadnic definované *tenzorem impermitivity* $\eta = \epsilon_0 \epsilon_{ij}^{-1}$. Elipsoid indexu lomu je reprezentován pomocí kvadratické plochy

$$\sum_{ij} \eta_{ij} x_i x_j = 1$$

a v soustavě hlavních os potom rovnicí

$$\frac{x_1^2}{n_1^2} + \frac{x_2^2}{n_2^2} + \frac{x_3^2}{n_3^2} = 1. \quad (5)$$

Na obr. 2 je znázorněno šíření světla v jednoosém krystalu, kde $n_1 = n_2 = n_o$, $n_3 = n_e$ a k značí směr šíření. Jak je patrné, šíří-li se světlo podél optické osy z , oba povolené ortogonální polarizační směry mají stejný index lomu. Pokud se ale směr šíření k odchyluje od optické osy o úhel θ , v jednom polarizačním směru se index lomu nemění (n_o - řádný index lomu), ve směru kolmém ale index lomu nabývá hodnot v intervalu $\langle n_o \div n_e \rangle$. Index lomu n_e se nazývá *mimořádný*. Krystal se označuje jako *kladný* pro $n_e > n_o$ a *záporný* pro $n_e < n_o$.

Pro procházející světelnou vlnu to znamená, že jedna z ortogonálních komponent elektrického vektoru pocítuje při průchodu krystalem jiný index lomu než komponenta druhá, tedy že jedna ze složek urazí stejnou optickou dráhu v krystalu dříve než druhá. Tohoto efektu se využívá u optických elementů zvaných *fázové destičky*. Ty lze charakterizovat v maticovém zápisu například

jako

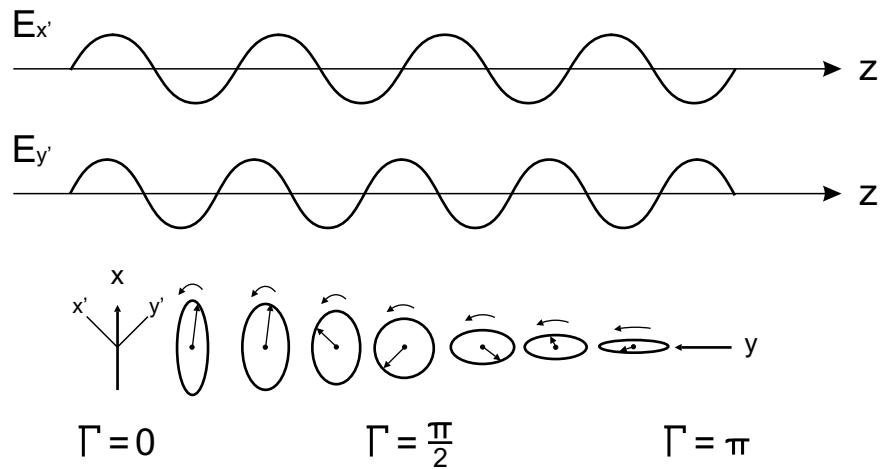
$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(-i\Gamma) \end{bmatrix}.$$

Taková fázová destička zpožďuje y -ovou složku vektoru $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ za složkou x -ovou a uděluje ji fázové zpoždění Γ . Osy x a y se nazývají *rychlá a pomalá osa fázové destičky*.

Význačné případy jsou:

- 1) $\Gamma = \pi/2$ – tato destička, nazvaná *čtvrtvlnová*, mění lineárně polarizované světlo $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ na levotočivě kruhově polarizované $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$ a pravotočivě kruhově polarizované světlo $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$ na lineárně polarizované $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$.
- 2) $\Gamma = \pi$ – tato destička, nazvaná *půlvlnová*, mění lineární polarizaci $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ na $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$, tedy stáčí rovinu polarizace o 90° . Pravotočivě kruhově polarizované světlo $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$ je transformováno na světlo levotočivě kruhově polarizované $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$.

Na následujícím obrázku je demonstrováno fázové zpoždění kolmých složek elektrické intenzity. Osy x' a y' reprezentují rychlou a pomalou osu fázové destičky. Je zjevné, že na určité délce z dochází ke změně původně lineární polarizace s kmitosměrem ležícím v ose x například v polarizaci kruhovou pro $\Gamma = \pi/2$, případně nastává stočení roviny polarizace o 90° pro $\Gamma = \pi$. Optický materiál, který má na výstupu takto definované fázové zpoždění, nazýváme *čtvrtvlnová* příp. *půlvlnová* fázová destička. Jev fázového zpoždění se rovněž nazývá *optická retardace*.

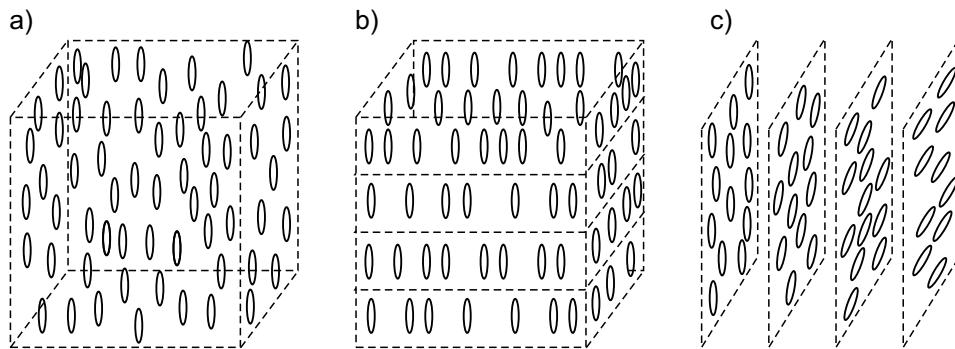


Obrázek 3: Optická retardace.

2.2 Kapalné krystaly, elektrooptický jev

Kapalné krystaly se vyznačují tím, že analogicky ke klasickému krystalovému uspořádání existuje orientační uspořádání molekul doutníkového tvaru, ale zcela chybí uspořádání prostorové, což je obdobné jako u kapalin. Celkem existují tři typy kapalných krystalů (viz obr. 4):

- 1) *Nematické* kapalné krystaly mají molekuly uspořádány rovnoběžně, ale jejich polohy jsou náhodné.
- 2) *Smektické* kapalné krystaly mají molekuly uspořádány rovnoběžně a navíc jejich středy leží v rovnoběžných rovinách, polohy molekul jsou opět náhodné.
- 3) *Cholesterické* kapalné krystaly jsou zkroucenou formou nematické fáze, orientace má tvar šroubovice kolem osy.



Obrázek 4: Typy kapalných krystalů: a) nematické; b) smektické; c) cholesterické.

Kapalné krystaly mají schopnost díky působení vnějších sil měnit orientaci svých molekul a tímto způsobem ovlivňovat polarizační stav prošlého světla. Vlastnosti přiléhajících povrchů, například leštění skleněných destiček nebo elektrod, určuje výchozí vlastnosti krystalu. Po přiložení elektrického pole se začnou molekuly kapalného krystalu vychylovat ze svých původních poloh. U nematického krystalu může dojít v závislosti na směru přiloženého pole ke sklonění podélné osy molekul do směru tohoto pole (viz např. obr. 13). U stočených nematických krystalů může přiložené pole rovněž naklánět podélnou osu molekul, čímž zároveň ruší šroubovitě stočení optické osy v jednotlivých vrstvách krystalu. Efekt, popisující změnu chování krystalu po přiložení elektrického pole, se nazývá *elektrooptický jev*. Projevuje se tak, že po přiložení elektrického pole se změní tenzor permitivity, potažmo soustava hlavních indexů lomu. Změna indexu lomu

souvisí s Pockelsovým a Kerrovým nelineárním jevem (více viz [1]).

Lineární elektrooptický jev lze demonstrovat na příkladu trigonálního krystalu LiNbO₃. Bez vnějšího pole se jedná o jednoosý krystal s indexy lomu $n_x = n_y = n_o$; $n_z = n_e$. Po přiložení vnějšího elektrického pole se vztah (5) zkomplikuje na

$$\left(\frac{1}{n_1^2} + r_{1k} E_k \right) x^2 + \left(\frac{1}{n_2^2} + r_{2k} E_k \right) y^2 + \left(\frac{1}{n_3^2} + r_{3k} E_k \right) z^2 + 2yzr_{4k} E_k + 2xzr_{5k} E_k + 2xyr_{6k} E_k = 1. \quad (6)$$

Jestliže elektrooptický tenzor tohoto krystalu má tvar

$$\begin{pmatrix} 0 & -r_{22} & r_{13} \\ 0 & r_{22} & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{33} \\ 0 & r_{51} & 0 \\ r_{51} & 0 & 0 \\ -r_{22} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (7)$$

a vnější elektrické pole $\mathbf{E} = (0, 0, E_z)$ je paralelní s osou z , pak předešlá rovnice nabývá tvaru

$$\left(\frac{1}{n_o^2} + r_{13} E_z \right) x^2 + \left(\frac{1}{n_o^2} + r_{13} E_z \right) y^2 + \left(\frac{1}{n_e^2} + r_{33} E_z \right) z^2 = 1. \quad (8)$$

Jestliže označíme

$$\frac{1}{n_x'^2} = \frac{1}{n_o^2} + r_{13} E_z; \quad \frac{1}{n_y'^2} = \frac{1}{n_o^2} + r_{13} E_z; \quad \frac{1}{n_z'^2} = \frac{1}{n_e^2} + r_{33} E_z,$$

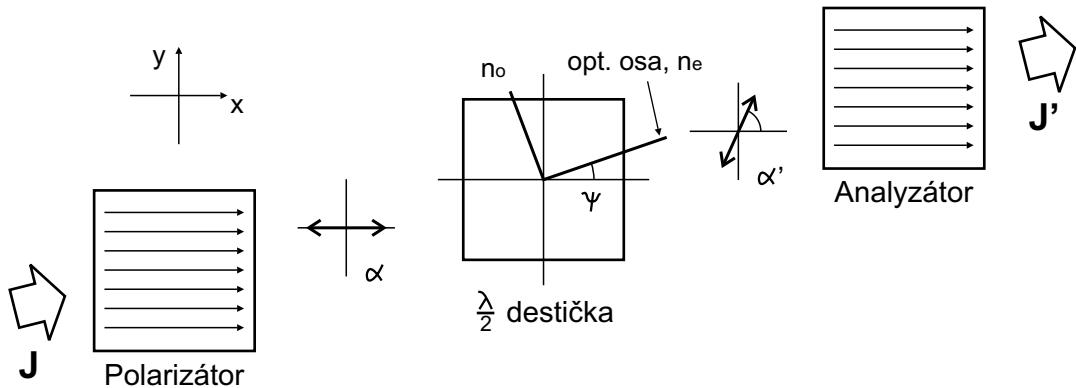
pak řádný a mimořádný index lomu v soustavě s vnějším elektrickým polem mají hodnotu

$$\begin{aligned} n'_o &= n_o \left(1 - \frac{n_o^2}{2} r_{13} E_z \right); & n'_x &= n'_y = n'_o, \\ n'_e &= n_e \left(1 - \frac{n_e^2}{2} r_{33} E_z \right); & n'_z &= n'_e. \end{aligned} \quad (9)$$

V tomto případě je rovněž vidět, že vnější elektrické pole nemění směr hlavních os krystalu a krystal tedy zůstává jednoosý! V případech, kdy se směr hlavních os nemění s rostoucím elektrickým polem, mohou být tyto krystaly výhodně použity jako samostatné fázové destičky nebo ve fázových a amplitudových modulátorech světla. Směry polarizace zůstávají stejné, jen příslušné indexy lomu se mění v závislosti na vnější intenzitě E .

2.3 Amplitudová modulace

Z obr. 3 je patrno, že pokud na délce prostředí z nastává fázové zpoždění $\Gamma = \pi$ (půlsvlnová fázová destička) a vstupní polarizace je otočena o úhel 45° vůči soustavě hlavních os destičky, dochází ke změně z lineární polarizace v ose x na polarizaci v ose y . Tento jev lze využít pro modulaci amplitudy, jak ukazuje obr. 5. Na polarizátor dopadá světelná vlna s polarizací popsanou Jonesovým vektorem \mathbf{J} a polarizátor z ní vyfiltruje přípustný polarizační směr o určité intenzitě. Úhel α značí odklon kmitosměru od osy x (v tomto případě je nulový).



Obrázek 5: Neřízená fázová destička jako modulátor amplitudy.

Fázová destička, v tomto případě půlsvlnová, má optickou osu kolmo ke směru šíření svazku, a její odklon od osy x popisuje úhel ψ . Destička tloušťky l u svých povolených ortogonálních polarizačních stavů zavádí fázové zpoždění

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o)l. \quad (10)$$

Půlsvlnová destička ($\Delta\varphi = \pi$) stáčí rovinu polarizace na úhel $\alpha' = \alpha + \Delta\alpha$, kde $\Delta\alpha = 2(\psi - \alpha)$. Analyzátor následně opět propouští jen část dopadající vlny a transmisní poměr má potom tvar

$$T = \frac{I'}{I},$$

kde I je intenzita dopadající a I' prošlé vlny.

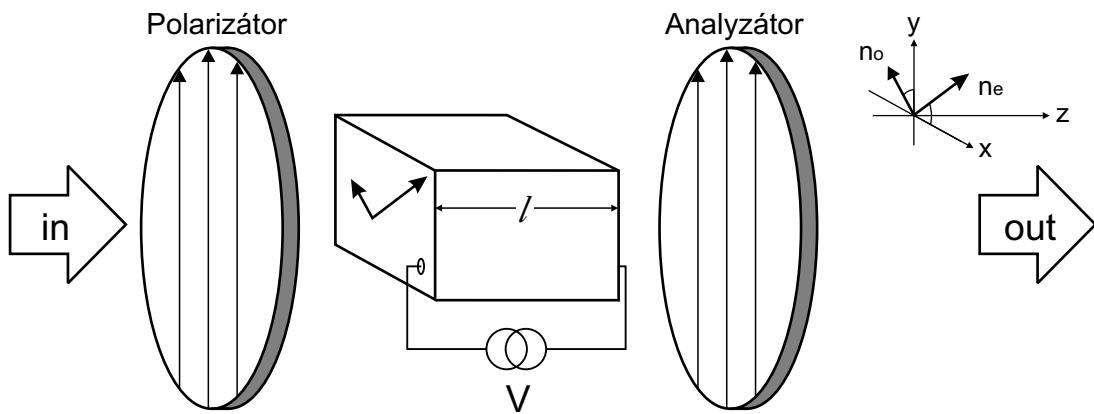
Fixovaná fázová destička ale neumožňuje postupnou změnu intenzity prošlého světla. Toho lze docílit buďto jejím natáčením, nebo mnohem efektivněji pomocí vnějšího elektrického pole.

Vnější pole může buďto rotovat systémem hlavních os, nebo výhodněji pouze měnit indexy lomu v hlavních osách fázové destičky. Fázové zpoždění mezi složkami elektrické intenzity optické vlny má tvar

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (n'_e - n'_o)l, \quad (11)$$

kde pro krystal LiNbO₃ a vnější pole paralelní s osou z splňují indexy lomu n'_o a n'_e vztahy (9). Tento modulátor intenzity s elektricky řízenou fázovou destičkou má pak funkci propustnosti $T = T(E_z)$ závislou na vnějším poli.

V závislosti na konstrukci modulátor bez vnějšího pole buďto vůbec nepropouští (příp. zcela propouští) vstupní vlnu, nebo propouští 50% intenzity a vnějším polem je následně upravována výstupní intenzita.

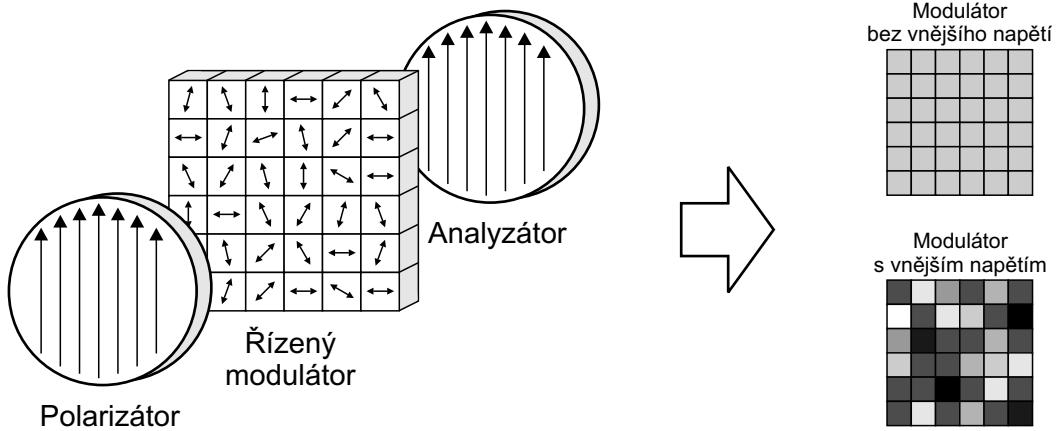


Obrázek 6: Elektricky řízená modulace amplitudy.

Na obr. 7 je nastíněna funkce amplitudového PMS. Na modulátor dopadá lineárně polarizované světlo, které po průchodu řízeným fázovým prostředím změní polarizační stav. Analyzátor pak funguje jako filtr určující výstupní intenzitu světla od jednotlivých pixelů.

2.4 Fázová modulace

Fázový modulátor rovněž pracuje na principu elektrooptické retardace řízené fázové destičky, konstrukce zařízení je ale odlišná (viz obr. 8). Vstupní svazek je polarizován paralelně s jednou z *indukovaných* hlavních os krystalu. Jelikož vnější pole nestáčí hlavní osy krystalu, je pouze potřeba správně natočit řízenou fázovou destičku. Působení vnějšího pole tedy nemění polarizační stav světla, ale řídí změnu indexu lomu a tedy i změnu optické dráhy světla v krystalu. V případě



Obrázek 7: Amplitudový modulátor světla.

podélně přiloženého vnějšího napětí je fázové zpoždění $\Delta\phi = \Delta\phi(E_z)$ úměrné působícímu poli. Změnu fáze na vzdálenosti z lze popsat jako

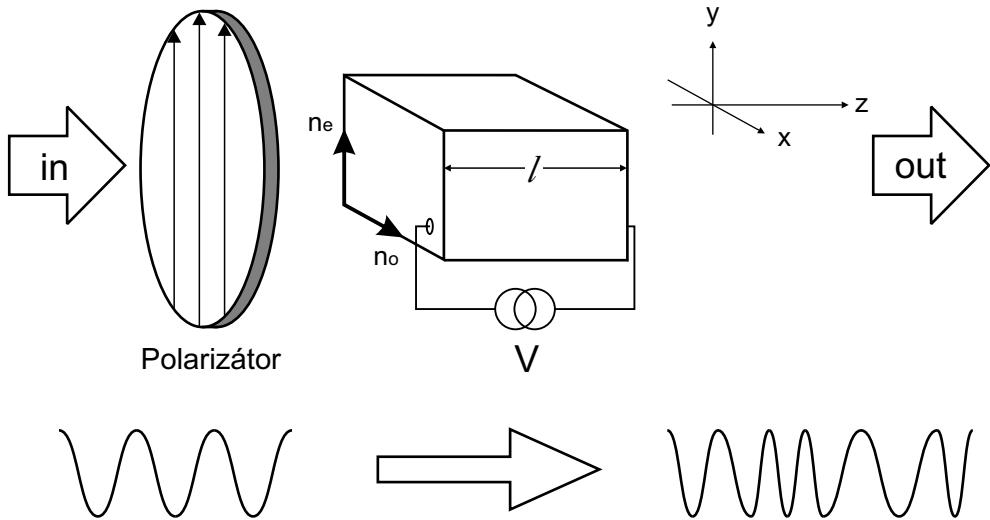
$$\varphi = \varphi_0 - \pi \frac{V}{V_\pi} \frac{z}{l}, \quad (12)$$

kde φ_0 je fázové zpoždění bez přítomnosti pole, l znamená délku krystalu a z uraženou dráhu světla. Přiložené vnější napětí má hodnotu $V = E \cdot z$ a

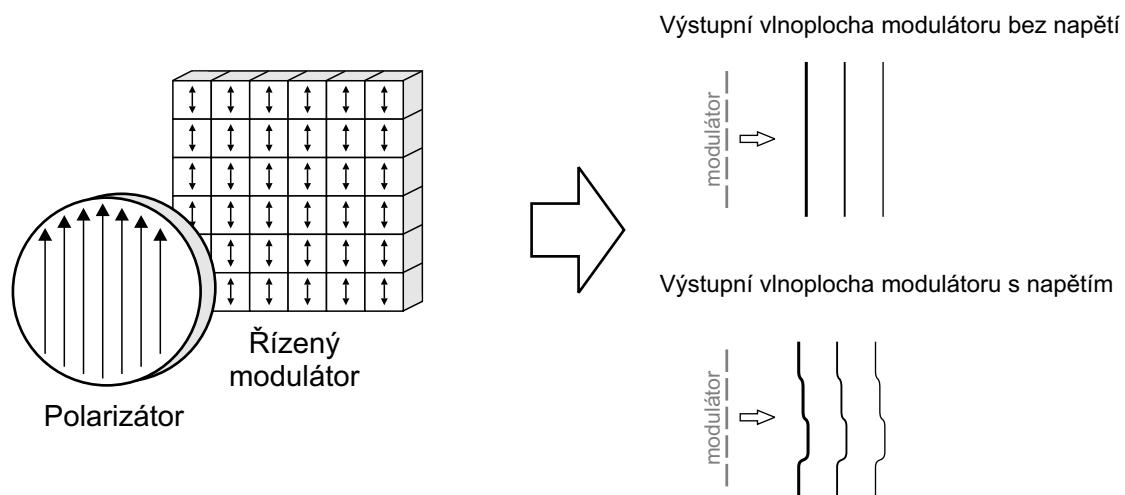
$$V_\pi = \frac{\lambda}{r_{13} n_e^3}.$$

je tzv. *půlvlnové napětí*, způsobující fázové zpoždění π . Parametry l a d znamenají délku krystalu a uraženou dráhu světla, parametr r_{13} (příp. r_{33} , záleží na experimentu) je příslušný Pockelsův koeficient krystalu (více viz [1]).

Obr. 9 ilustruje funkci fázového PMS. Při osvětlování neaktivního PMS lineárně polarizovaným svazkem je výstupem (v ideálním případě) rovinná vlnoplocha. Pokud ale modulátor pracuje, na jednotlivých pixelech dochází ke změně indexu lomu, což ve výsledku vede ke změně tvaru výstupní vlnoplochy.



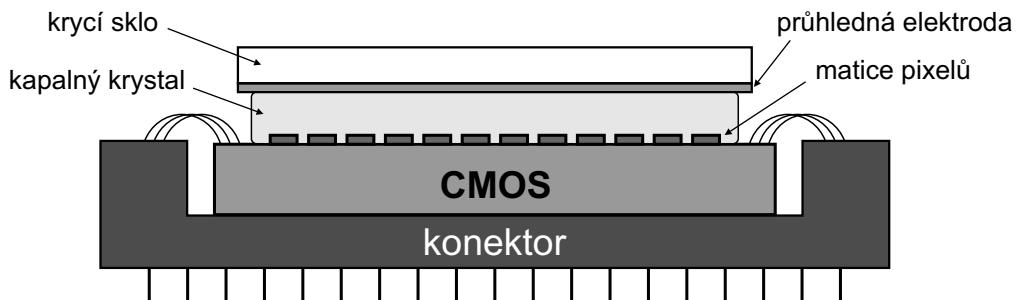
Obrázek 8: Elektricky řízená modulace fáze.



Obrázek 9: Fázový modulátor světla.

2.5 Prostorové modulátory světla

Prostorový modulátor světla tvoří matice aktivních pixelů, jejichž amplitudová nebo fázová modulační činnost je principiálně naznačena na obrázcích 5 a 8. V obou případech se jedná o modulátor založený na průchodu světla, ovšem v praxi se často uplatňují modulátory odrazného typu (viz obr. 10).



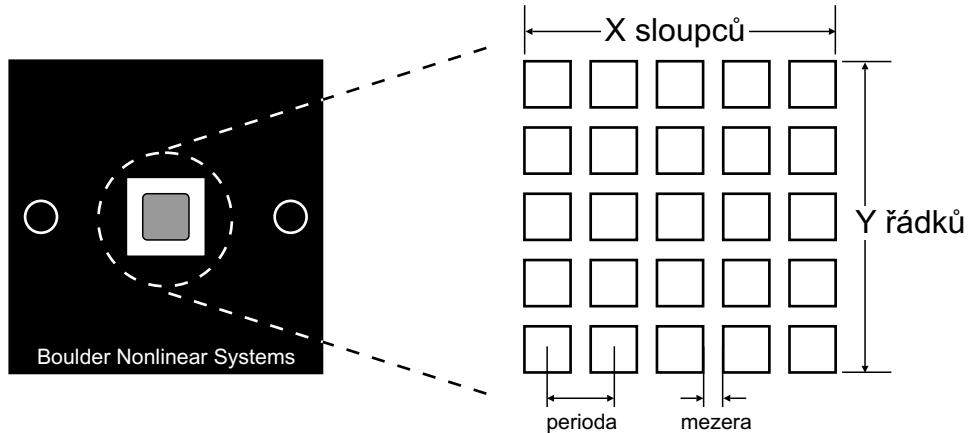
Obrázek 10: Odrazný prostorový modulátor světla.

Každý modulátor je charakterizován svými parametry, na které musí být brán zřetel při realizování experimentu. Mezi ty nejdůležitější patří například pracovní vlnová délka (vlnové délky), rychlosť odezvy, aktivní plocha, počet, rozměry a vzájemné vzdálenosti jednotlivých pixelů a samozřejmě způsob modulace světelného pole. Následuje výčet několika PMS od různých výrobců.

Displaytech Mojave SLM-1216-1

Technologie PMS	Krystal FLC, reflexní CMOS čip
Počet pixelů	1216 x 1216 (aktivních 1200 x 1200)
Aktivní oblast	13,0 x 13,0 mm
Perioda pixelů	10,7 x 10,7 μ m
Účinný průřez pixelu	63%
Obnovovací frekvence	\geq 1,1 kHz
Vlnové délky	402 – 412 nm

Modulátor pracuje s použitím polarizátoru a zkříženého analyzátoru, přičemž dopadající svazek interahuje s pixely, které mají pouze dvě hodnoty - zapnuto a vypnuto. Jde tedy o amplitudový modulátor. Použitý krystal FLC (Ferroelectric Liquid Crystal) umožnuje až stokrát rychlejší ode-



Obrázek 11: Periodická (difraktivní) struktura pixelů aktivní části prostorového modulátoru světla.

zvu než klasické nematické kapalné krystaly. Obnovovací frekvenci lze zvýšit tím, že se zmenší počet aktivních pixelů.

Hamamatsu X8267 Series Programmable Phase Modulator

Technologie PMS	Krystal PAL, optické adresování
Počet pixelů	$\approx 590\ 000$
Aktivní oblast	20 x 20 mm
Rozlišení	19 čar/mm
Fázový zdvih	více než 2π pro $\lambda = 633$ nm
Vlnové délky	500 – 1600 nm v závislosti na verzi

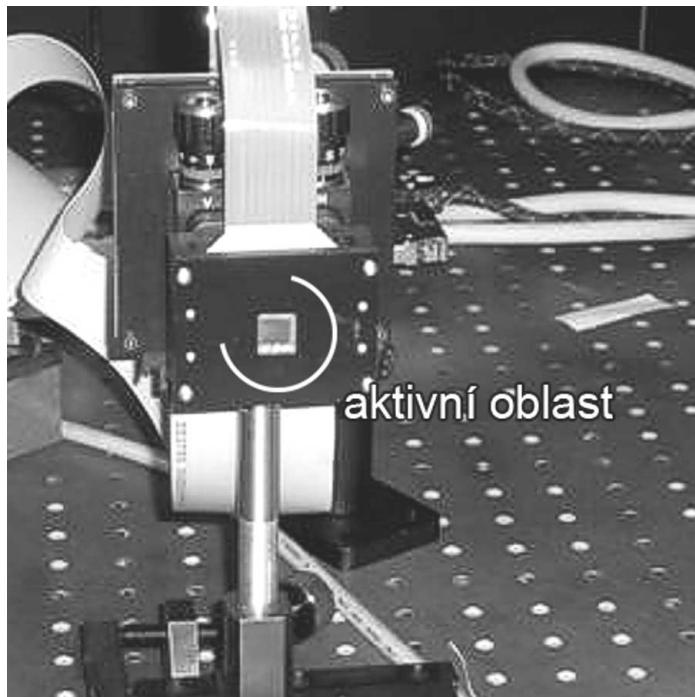
Modulátor je unikátní spojením opticky adresovaného fázového PAL-SLM (Parallel Aligned Nematic Liquid Crystal Spatial Light Modulator) soustavou čoček s elektricky ovládaným modulátorem intenzity. Toto řešení eliminuje nevýhody konvenčních opticky adresovaných modulátorů, které mají problém s adresováním, a elektricky ovládaných modulátorů, které mají relativně malou aktivní plochou pixelu.

Boulder P512- λ Phase Spatial Light Modulator

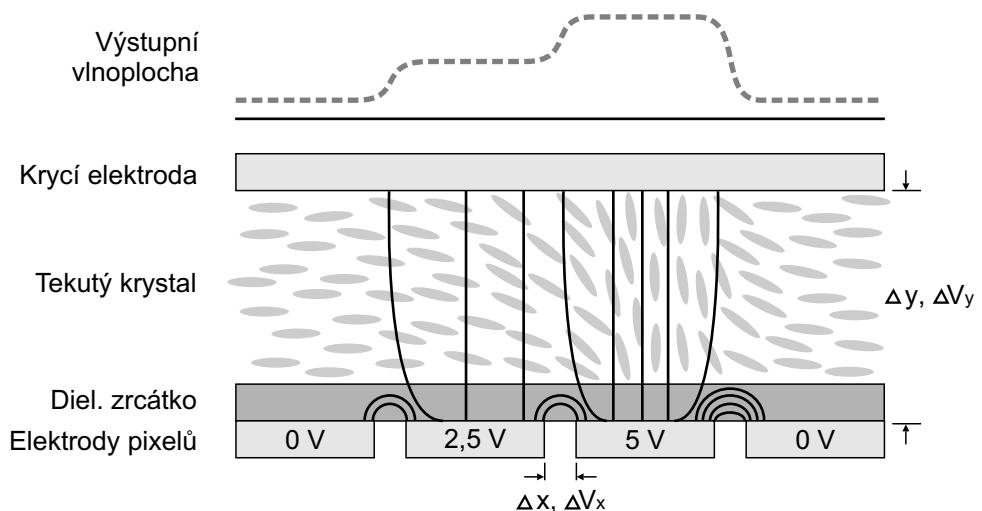
Technologie PMS	Krystal PAL, reflexní CMOS čip
Počet pixelů	512 x 512
Aktivní oblast	7,68 x 7,68 mm
Perioda pixelů	15 x 15 μm
Účinný průřez pixelu	78%
Fázový zdvih	2π pro danou vlnovou délku
Fázový skok	50 – 256 úrovní pro zdvih 2π
Obnovovací frekvence	10 – 30 Hz
Vlnové délky	532, 635, 785, 1064 nebo 1550 nm

Pokud na tento modulátor dopadá vertikálně polarizovaný svazek, funguje jako čistě fázový modulátor. V případě stočení roviny polarizace ale dochází i k vedlejším amplitudovým jevům. Při stočení roviny polarizace o 45° funguje jako amplitudový modulátor se zbytkovými fázovými efekty. Je tedy třeba pečlivě nastavit vstupní polarizaci světla půlvlnovou destičkou.

Modulátor s pracovní vlnovou délkou $\lambda = 633\text{nm}$ je součástí vybavení katedry. Firma BNS rovněž dodává modulátor, který má CMOS čip potažen tenkou dielektrickou odraznou vrstvou. Ta odstraňuje jinak přítomnou amplitudovou mřížku a modulátor má aktivních 100% plochy pixelů. Na obr. 13 je vidět schéma tohoto modulátoru i efekt, jak napětí na jednotlivých pixelech ovlivňuje stočení molekul kapalného krystalu.



Obrázek 12: Fázový modulátor Boulder.

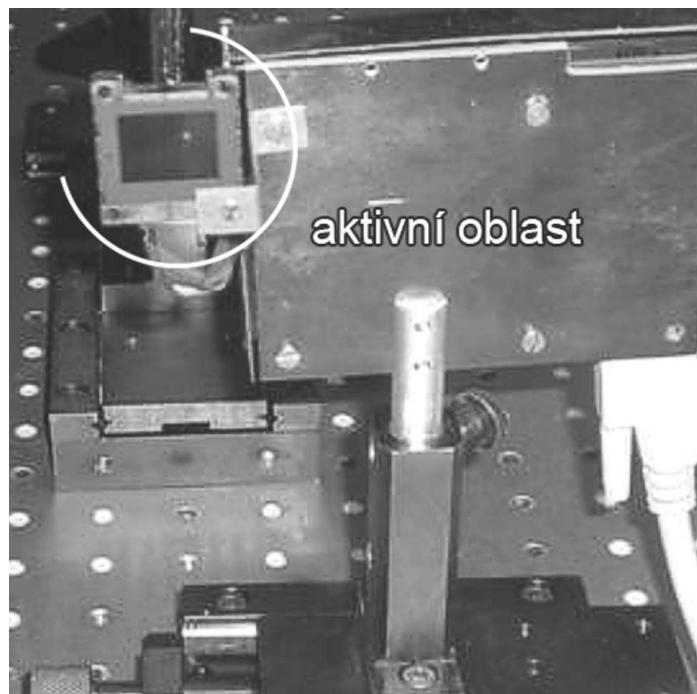


Obrázek 13: Stáčení molekul kapalného krystalu na fázovém modulátoru Boulder.

CRL Opto XGA3 Amplitude SLM

Technologie PMS	Stočený nematický krystal, transmisní princip
Počet pixelů	1024 x 768
Aktivní oblast	18,5 x 13,9 mm
Perioda pixelů	18 x 18 μm
Účinný průřez pixelu	65%
Obnovovací frekvence	60 Hz

Tento amplitudový modulátor je rovněž součástí vybavení laboratoře katedry. Je založen na transmisním principu a není tedy vhodný pro všechny typy aplikací (např. pro realizaci Twyman-Greenova interferometru). Amplitudová modulace však vykazuje mnohem nižší účinnost ve srovnání s fázovou, takže modulátor je využíván poměrně zřídka. V současnosti firma CRL Opto pravděpodobně zanikla, což může být důsledkem orientace pouze na amplitudové modulátory.

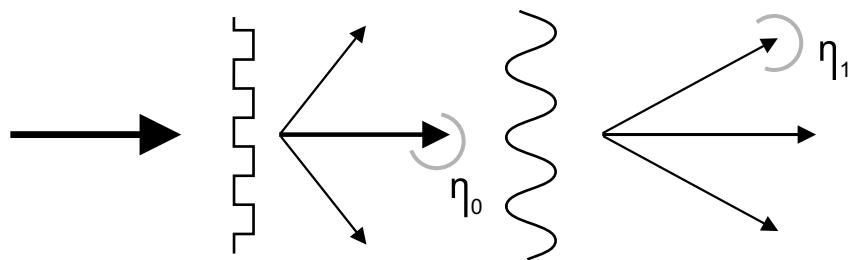


Obrázek 14: Amplitudový modulátor CRL Opto.

Vliv fyzické struktury modulátorů na energetiku prostorové modulace světla

Periodická struktura pixelů modulátoru má vliv na dopadající světelný svazek - chová se totiž jako difrakční mřížka a rozkládá světlo do difrakčních řádů, z nichž každý nese jen část dopadající energie. Jak ukazuje následující obrázek, difrakci světla při používání PMS lze chápat jako rozklad na fyzické (hardware) strukturu pixelů a samotné pracovní fázové/amplitudové mapě. Jestliže má modulátor mřížkový faktor p (účinný průřez pixelu), jeho nultý řád má energetickou účinnost $\eta_0 \approx p^2$. Pouze tato část světla je použitelná pro další mřížku, jejíž účinnost η_1 odpovídá tvaru a typu modulující mřížky. Jen jeden nebo několik málo řádů tohoto následujícího difrakčního efektu pak slouží jako výstup pro experiment.

V následujících kapitolách budou diskutovány vlivy, působící na energetiku celého procesu. Bude popsán vliv struktury modulátoru, modulující mřížky i dalších jevů, souvisejících s tvarem svazku i dalšími optickými členy. V závěru práce budou jejich vlivy vyhodnoceny.



Obrázek 15: Energetické ztráty v procesu prostorové modulace světla.

3 Difrakce na periodických strukturách

Když necháme šířit elektromagnetické vlnění například ve formě světelného svazku a do cesty mu postavíme neprůhledné stínítko s otvorem, tvar této překážky ovlivní rozložení intenzitního profilu vlnění v nějaké vzdálenosti za překážkou. Tento jev je projevem vlnové podstaty světla a výsledné difrakční rozložení intenzity se může mírně nebo i výrazně lišit od geometrického stínu překážky v daném místě.

Prostorový modulátor světla je optický element, jehož fyzická struktura podstatným způsobem ovlivňuje energetické poměry v interagujícím světelném svazku. V této kapitole bude nastíněna teorie difrakce, přičemž hlavní důraz bude kladen na periodické struktury. Teoretický podklad je čerpán z [1] a [4].

3.1 Základy teorie difrakce

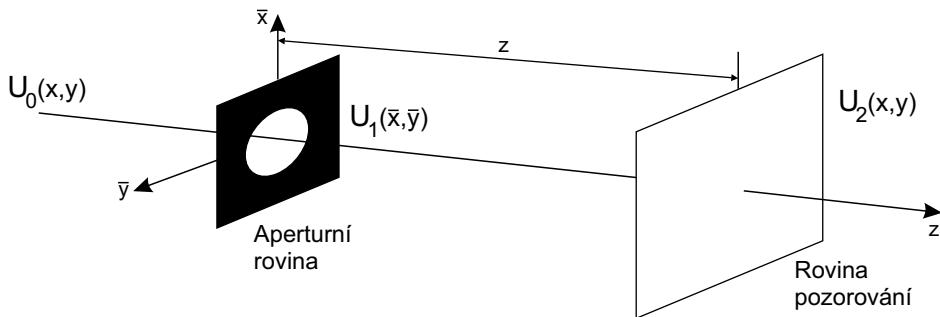
Určit přesně difrakční obrazec dané překážky může být vzhledem k její geometrii dosti složitý problém. Je proto výhodné uvažovaný model co nejvíce zjednodušit. Nejjednodušší teorie difrakce je založena na předpokladu, že dopadající vlna je propuštěna beze změn pouze v místech otvoru stínítka a všude jinde je zcela zatlumena. To znamená, že komplexní amplituda těsně za stínítkem je dána vztahem

$$U_1(\bar{x}, \bar{y}) = U_0(\bar{x}, \bar{y})p(\bar{x}, \bar{y}), \quad (13)$$

kde

$$p(\bar{x}, \bar{y}) = \begin{cases} 1 & \text{uvnitř otvoru,} \\ 0 & \text{vně otvoru} \end{cases}$$

je tzv. *aperturní funkce*.



Obrázek 16: Omezení dopadající vlnoplochy výrezem stínítka.

Jak je patrno na obr. 16, komplexní amplituda $U_1(\bar{x}, \bar{y})$ se volně šíří a ve vzdálenosti z od roviny stínítka pozorujeme nové, difrakcí ovlivněné rozdelení amplitudy $U_2(x, y)$. Studium difrakční úlohy obnáší několik přístupů (viz například [4]), jejichž podrobné vysvětlení však překračuje rámec této práce.

Fresnelův-Kirchhoffův difrakční integrál

Jedním z těchto přístupů je řešení difrakční úlohy pomocí Fresnelova-Kirchhoffova difrakčního integrálu

$$U_2 = \frac{i}{\lambda} \iint_A U_1 \frac{\exp[-ikr]}{r} \cos \vartheta dA,$$

kde oblast A značí aperturu ve stínítku a U_1, U_2 komplexní amplitudu dopadající a difraktované vlny. V integrálu vystupuje i tzv. *inklinační faktor* $(i/\lambda) \cos \vartheta$, který charakterizuje úhlovou závislost vyzařování difraktované vlny vzhledem k úhlu normály dopadající vlnoplochy a bodu pozorování.

V paraxiálním přiblížení vede rozvoj parametru r , představující vzdálenost jednotlivých bodů aperturní a pozorovací roviny, k Fresnelově a Fraunhofferově approximaci. Fresnelova approximace má tvar

$$U_2(x, y, z) \approx e^{-ikz} \frac{i}{\lambda z} \iint_A U_1(\bar{x}, \bar{y}, 0) e^{\frac{-ik}{2z} [(x - \bar{x})^2 + (y - \bar{y})^2]} d\bar{x} d\bar{y} \quad (14)$$

a je použitelná, pokud Fresnelovo číslo $N_F = a^2/\lambda z$ dosahuje velkých hodnot. Pro zjištění rozložení pole ve vzdálené zóně užíváme Fraunhoferovu approximaci tvaru

$$U_2(x, y, z) = e^{-ikz} \frac{i}{\lambda z} e^{\frac{-ik}{2z} (x^2 + y^2)} \iint_A U_1(\bar{x}, \bar{y}, 0) e^{\frac{-ik}{2z} (\bar{x}^2 + \bar{y}^2) + \frac{ik}{z} (x\bar{x} + y\bar{y})} d\bar{x} d\bar{y}, \quad (15)$$

použitelnou pro $N_F = a^2/\lambda z \ll 1$. Fraunhofferova approximace, čili sledování stavu pole ve vzdálených oblastech, je základním předpokladem pro Fourierovskou optiku.

Přístup Fourierovské optiky

Fourierovská metoda je přístupem, který pohlíží na difraci jako na přenosový proces, přičemž volný prostor plní funkci přenosového systému. Sledujeme vlnoplochu před a za systémem. Ten musí být *lineární*, čili pro něj musí platit princip superpozice. Shrňme nejdůležitější aspekty tohoto přístupu (více viz [5]), který bude v této práci použit k vyhodnocení vlivu PMS na světelné

svazky.

Základní definiční vztahy. Pokud signál $U(x, y)$ splňuje podmínky Fourierovy transformace, pak jeho Fourierovský obraz a zpětná transformace splňují vztahy

$$\begin{aligned}\mathcal{F}\{U(x, y)\} &\equiv \mathcal{U}(f_x, f_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} U(x, y) \exp[i2\pi(f_x x + f_y y)] dx dy, \\ \mathcal{F}^{-1}\{\mathcal{U}(f_x, f_y)\} &\equiv U(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} \mathcal{U}(f_x, f_y) \exp[-i2\pi(f_x x + f_y y)] df_x df_y.\end{aligned}\quad (16)$$

Proměnné f_x, f_y zde značí prostorové frekvence (obr. 17). Uvažujme dále dvourozměrnou *konvoluci* dvou funkcí

$$a(x, y) * b(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} a(\bar{x}, \bar{y}) b(x - \bar{x}, y - \bar{y}) d\bar{x} d\bar{y} = b(x, y) * a(x, y). \quad (17)$$

Konvoluce je operace komutativní. Pro Fourierovu transformaci konvoluce platí významný vztah

$$\mathcal{F}\{a * b\} = \mathcal{A} \cdot \mathcal{B}, \quad \text{kde } \mathcal{A} = \mathcal{F}\{a\} \text{ a } \mathcal{B} = \mathcal{F}\{b\}. \quad (18)$$

Přenosová funkce, impulzní odezva. V případě lineárního invariantního přenosového systému můžeme popsat vývoj optické informace (stav pole) na výstupu systému $U_2(x, y)$ pomocí stavu na vstupu $U_1(x, y)$ jako

$$U_2(x, y) = \mathcal{L}[U_1(x, y)],$$

kde \mathcal{L} je obecný lineární operátor. Označme odezvu systému na vstupní delta funkci jako *impulzní odezvu* $h(x, y)$, čili reakci systému na zářící bod. Pak Fourierovským obrazem funkce $h(x, y)$ je *přenosová funkce* $\mathcal{H}(f_x, f_y)$ a můžeme psát

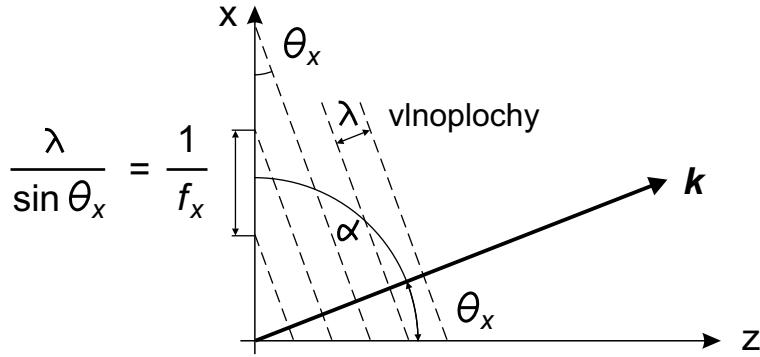
$$h(x, y) = \mathcal{L}[\delta(x, y)] \quad \text{a} \quad \mathcal{F}\{h(x, y)\} = \mathcal{H}(f_x, f_y). \quad (19)$$

U lineárních invariantních systémů platí princip superpozice, který je rovněž možné vyjádřit pomocí konvoluce. S využitím (17) až (19) lze odvodit důležité vztahy mezi vstupem a výstupem, a to jak v souřadnicích, tak ve spektrálních obrazech

$$\begin{aligned}U_2(x, y) &= U_1(x, y) * h(x, y), \\ \mathcal{U}_2(f_x, f_y) &= \mathcal{U}_1(f_x, f_y) \cdot \mathcal{H}(f_x, f_y).\end{aligned}\quad (20)$$

Fyzikální formalismus Fourierovského spektra. Předložený formalismus Fourierovské optiky lze interpretovat fyzikálně. Uvažujme monochromatickou rovinou vlnu šířící se ve směru vlnového vektoru

$$\mathbf{k} = \frac{2\pi}{\lambda} [\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma]$$



Obrázek 17: Fyzikální interpretace prostorových frekvencí.

s jednotkovou amplitudou a $\mathbf{r} = [x, y, z]$ jako polohovým vektorem na vlnoploše (obr. 17). Její šíření lze rozepsat pomocí směrových kosinů

$$\exp[-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}] = \exp\left[-i\frac{2\pi}{\lambda}(x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma)\right].$$

Směrové kosiny jsou mezi sebou závislé, takže např. pro γ můžeme napsat

$$\cos\gamma = (1 - \cos^2\alpha - \cos^2\beta)^{1/2}.$$

Úhly θ_x, θ_y jsou doplňkové úhly do 90° . Prostorové frekvence potom definujeme vztahy

$$f_x = \frac{\cos\alpha}{\lambda} = \frac{\sin\theta_x}{\lambda}, \quad f_y = \frac{\cos\beta}{\lambda} = \frac{\sin\theta_y}{\lambda}. \quad (21)$$

Rovinnou vlnu lze pak pomocí těchto prostorových frekvencí zapsat jako

$$\exp[-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}] = e^{-i2\pi(f_x x + f_y y)} e^{-ikz(1 - \lambda^2 f_x^2 - \lambda^2 f_y^2)^{1/2}}. \quad (22)$$

Odtud je možno z integrálu (16b) interpretovat vlnu $U(x, y)$ jako superpozici rovinných vln s amplitudami $\mathcal{U}(f_x, f_y) df_x df_y$, resp. pojímat přímo Fourierovu transformaci jako rozklad obecné vlny $U(x, y)$ do složek rovinných vln s amplitudami $\mathcal{U}(f_x, f_y)$.

Rovinná vlna šířením dle (22) nemění své prostorové vlastnosti, mění se pouze celková fáze. Druhá exponenta na pravé straně v rovnici představuje právě tento multiplikativní faktor, měnící celkovou fázi mezi rovinou $z = 0$ a z . Nazýváme ji **přenosovou funkcí volného prostoru**. Ve Fresnelově approximaci (více viz [1], str. 129) lze přenosovou funkci volného prostoru zapsat vztahem

$$\mathcal{H}(f_x, f_y, z) = \exp[-ikz] \exp[i\pi\lambda z(f_x^2 + f_y^2)]. \quad (23)$$

3.2 Difraktivní struktury

Významnou oblast difraktivní optiky tvoří tzv. difraktivní struktury, což jsou periodické nebo kvaziperiodické systémy, ve kterých jsou modulovány materiálové vlastnosti prostředí. Jedná se tedy o zobecněné difrakční mřížky. Sem patří samozřejmě i modulátory světla díky jejich maticové struktuře souboru aktivních pixelů.

Charakteristika pravidelných jednorozměrných difraktivních struktur

Uvažujme pravidelnou jednorozměrnou difraktivní strukturu, mřížku, která má periodu opakování materiálových parametrů Λ . Pak vektor ve směru tohoto nejvyššího gradientu, kolmého na difrakční plochy, nazýváme *mřížkový vektor K* . Jeho velikost je dána vztahem

$$K = \frac{2\pi}{\Lambda}.$$

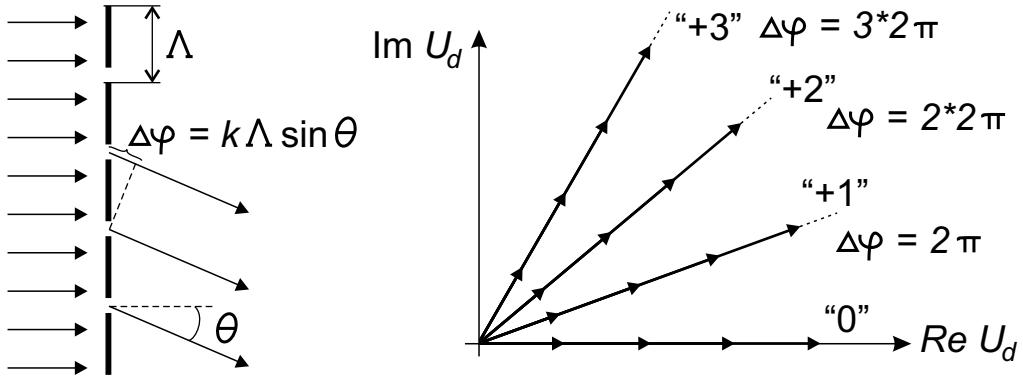
Difrakci na takové mřížce lze v ideové rovině vyjádřit jako výsledek konstruktivní interference jednotlivých příspěvků vznikajících difrakcí od jednotlivých period mřížky z povrchu i objemu. Tato vícenásobnost i konstruktivnost superpozice příspěvků vede na existenci *fázových synchronismů* a projevuje se význačným přerozdělením energie zejména do tzv. *difrakčních řádů*. Pro vznik difrakčních řádů je zásadní fázový synchronismus úhlový, který bez ohledu na tvar modulační funkce vyjadřuje zmíněnou konstruktivní superpozici mezi jednotlivými periodami mřížky, načítáme-li difrakční příspěvky v určitém úhlu k rozhraní. Na obr. 18 je difraktivní struktura tvořena sérií liniových zářičů. Příspěvky se v různých úhlech načítají s různým fázovým zpožděním, přičemž ve vzdálené zóně bude nezanedbatelný příspěvek pouze v případě fázové násobnosti příspěvků 2π . Tato podmínka se dá vyjádřit jako

$$\Delta\varphi = k\Lambda\sin\theta_m = m2\pi.$$

Celé číslo m je číslo difrakčního řádu. Odtud lze pak odvodit mřížkou rovnici tvaru

$$\sin\theta_i - \sin\theta_m = -\frac{m\lambda}{\Lambda}, \quad (24)$$

kde λ je vlnová délka světla a θ_i je dopadový úhel světelné vlny (na obr. 18 je $\theta_i = 0$ rad). Tato metoda nepodává přesný obraz o rozložení pole těsně za aperturou, ale o jeho efektivním tvaru ve vzdálené zóně, což je důležité při zkoumání vlivu prostorových modulátorů na rozdělení komplexní amplitudy světelného svazku.



Obrázek 18: Fázový úhlový synchronismus na tenké mřížce.

Difrakční účinnost mřížek je jeden ze stěžejních pojmu pro tuto práci. Posuzuje aplikační vhodnosti jednotlivých difraktivních struktur a vyjadřuje energetickou účinnost světla transformovaného do daného difrakčního rádu. Pro konkrétní difrakční rád lze vztah pro účinnost daného rádu zapsat jako poměr světelné intenzity I_m vlny difraktované pod úhlem θ_m a intenzity I_i vstupní vlny dopadající pod úhlem θ_i

$$\eta_m = \frac{I_m \cos \theta_m}{I_i \cos \theta_i}. \quad (25)$$

Difrakční účinnost závisí kromě jiného zejména na mřížkových parametrech (tloušťce prostředí, mřížkovém vektoru), druhu modulace (amplitudová nebo fázová modulace), vlnové délce světla a geometrii mřížky.

3.3 Skalární difrakční teorie tenkých mřížek

Následující teorie vychází z metody transmitanční funkce tenkých mřížek a je přijatelná pro celou řadu praktických případů.

Mějme nekonečně rozlehlou tenkou transparentní periodickou strukturu v rovině $(x, y, 0)$, popsanou funkcí propustnosti $t(x, y)$. Ta je periodická ve směru osy x s periodou $\Lambda_1 = 2\pi/K$, kde K je modul mřížkového vektoru \mathbf{K} , který rovněž leží v ose x . Definujme frekvenci mřížky $f_{x1} = 1/\Lambda_1$, pak $K = 2\pi f_{x1}$. Nechť pro jednoduchost transmitanční funkce $t(x)$ nezávisí na souřadnici y .

Nechme na mřížku dopadat rovinnou vlnu $U_0 = A \exp[-ik_0 \cdot \mathbf{r}]$, jejíž vlnový vektor $\mathbf{k}_0 = (k_{x0}, 0, k_{z0})$ leží v rovině (x, z) ; označme $k_{x0} = 2\pi f_{x0}$. Fourierův obraz dopadající vlny v rovině transparentu je $\mathcal{U}_0(f_x, f_y, 0_-) = A \delta(f_x - f_{x0}, f_y, 0)$.

Pole těsně za transparentem má tvar $U_1(x, y, 0_+) = U_0 t(x)$ a difraktované pole ve vzdálenosti z za mřížkou pak

$$U_2(x, y, z) = [U_0 t(x)] * h(x, y, z) = \mathcal{F}^{-1} \{ \mathcal{U}_1(f_x, f_y, 0) \cdot \mathcal{H}(f_x, f_y, z) \}, \quad (26)$$

kde \mathcal{H} je přenosová funkce volného prostoru a \mathcal{U}_1 je Fourierův obraz vstupní vlny těsně za transparentem.

Periodičnost transmitanční funkce umožňuje provést Fourierovský rozvoj do řady harmonických příspěvků m -tých rádů

$$t(x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m \exp[-imKx] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m \exp[-i2\pi m f_{x1} x], \quad (27)$$

kde koeficienty Fourierovy řady jsou

$$c_m = \frac{1}{\Lambda_1} \int_{-\Lambda_1/2}^{\Lambda_1/2} t(x, y) \exp[i2\pi m f_{x1} x] dx. \quad (28)$$

Potom tvar vstupní vlny těsně za transparentem ($z = 0_+$) nabývá tvaru

$$U_1(x, y, 0_+) = A \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m \exp[-i(mK + k_{x0})x]. \quad (29)$$

Jestliže vyjádříme Fourierův obraz transmitanční funkce jako

$$\mathcal{T}(f_x, f_y) = \delta(f_y) \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m \delta(f_x - m f_{x1}), \quad (30)$$

pak Fourierův obraz funkce U_1 za transparentem splňuje vztah

$$\mathcal{U}_1(f_x, f_y, 0) = A \delta(f_y) \sum_{m=-\infty}^{\infty} c_m \delta(f_x - f_{x0} - m f_{x1}). \quad (31)$$

Jedná se tedy o Fourierův obraz transmitanční funkce, posunuté ve spektru. Konečně rozložení difraktovaného pole ve vzdálenosti z lze potom zapsat ve tvaru

$$\begin{aligned} U_2(x, y, z) &= A \iint_{\infty} \delta(f_y) \sum_m c_m \delta(f_x - f_{x0} - m f_{x1}) e^{-ikz + i\pi\lambda z(f_x^2 + f_y^2) - i2\pi(f_x x + f_y y)} df_x df_y \\ &= A e^{-ikz} \sum_m c_m e^{-i2\pi(f_{x0} + m f_{x1})x} e^{i\pi\lambda(f_{x0} + m f_{x1})^2 z}. \end{aligned} \quad (32)$$

Difrakční účinnost popisuje energetické vztahy jednotlivých difrakčních rádů. Lze ji definovat pomocí (25), ale lze vyjít i ze vztahu (32), který popisuje amplitudu difrakčního rádu,

tj.: $|U_{2m}| = |A c_m|$. Fourierovská amplituda není v případě ideální tenké mřížky závislá na dopadovém ani difrakovaném úhlu, jedná se o amplitudovou složku normálovou. Má-li tedy intenzita vystupovat jako hustota výkonu ve směru daného řádu, je třeba pro rovinnou vlnu ve směru svého vlnového vektoru psát $I_m = |U_{2m}|^2 / \cos \theta_m$. To znamená, že pro výpočet normálových složek Poyntigova vektoru je možno použít kvadrátu transmittanční funkce. Pak v případě rozkladu můžeme užít přímo Fourierovských koeficientů (platí $\sum |c_m|^2 = 1$). Odtud plyne pro difrakční účinnost v m -tém řádu vztah

$$\eta_m = |c_m|^2. \quad (33)$$

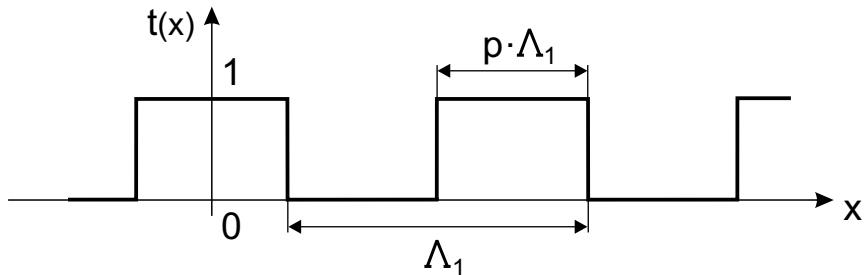
4 Teoretická energetická účinnost PMS

Jestliže nebudeme brát v úvahu opticky adresovatelné prostorové modulátory světla, komunikačním prostředkem s PMS je počítač. Ať už modulátor pracuje v amplitudovém, fázovém nebo kombinovaném režimu, je z PC posílána informace, která má jasně definovanou strukturu, jejíž podoba závisí na konkrétním experimentu.

Difrakční jevy na fyzické struktuře modulátoru i na pracovní amplitudové nebo fázové mapě však způsobují změnu prostorového rozložení amplitudy světla. V této kapitole budou diskutovány difrakční účinnosti základních typů mřížek, které jsou z hlediska modulace nějakým způsobem význačné. Dále bude učiněna úvaha, kdy ideální rovinou vlnu nahradíme obecným Gaussovským svazkem a budeme studovat jeho vliv na výkonové koeficienty. V dalších bodech pak budou rozebrány speciální případy zahrnující kombinaci dvou mřížek a diskutován bude i vliv fokusačního člena na energetiku svazku.

4.1 Difrakční účinnost význačných mřížek

Binární amplitudová mřížka



Obrázek 19: Binární amplitudová mřížka.

Tato mřížka je pro energetiku modulátoru zcela zásadní - je totiž součástí modulátoru, jelikož ji tvoří matice aktivních pixelů. V případě propustného i odrazného modulátoru na ni lze nahlížet jako na soustavu propustných a nepropustných štěrbin, přičemž transmitanční funkce dosahuje pouze dvou hodnot 0 a 1.

Následuje demonstrativní výpočet koeficientu c_m , u dalších mřížek už bude uveden pouze výsledek.

$$\begin{aligned}
c_m &= \frac{1}{\Lambda_1} \int_{-\Lambda_1/2}^{\Lambda_1/2} t(x,y) \exp[i2\pi m f_{x1} x] dx, \quad f_{x1} = \frac{1}{\Lambda_1}, \quad \frac{e^{ix} - e^{-ix}}{2i} = \sin(x), \\
c_m &= \frac{1}{\Lambda_1} \int_{-p\Lambda_1/2}^{p\Lambda_1/2} e^{i2\pi m f_{x1} x} dx, \\
&= \frac{1}{\Lambda_1} \frac{1}{i2\pi m f_{x1}} \left(e^{i2\pi m f_{x1} \frac{p\Lambda_1}{2}} - e^{-i2\pi m f_{x1} \frac{p\Lambda_1}{2}} \right), \\
c_m &= \frac{1}{\pi m} \sin(\pi mp) = p \operatorname{sinc}(mp). \tag{34}
\end{aligned}$$

Z výpočtu i následujících obrázků je patrné, že energetická účinnost závisí kromě difrakčního řádu i na parametru $p \leq 1$, který bychom mohli označit jako *střídu* (což je v kontextu totéž jako účinný průřez pixelu modulátoru). Ze vztahu (34) lze snadno vypočít maximální difrakční účinnost pro jakýkoliv řád. Pro $m > 0$ je dána vztahem

$$\frac{\partial c_m}{\partial p} = 0,$$

a jelikož

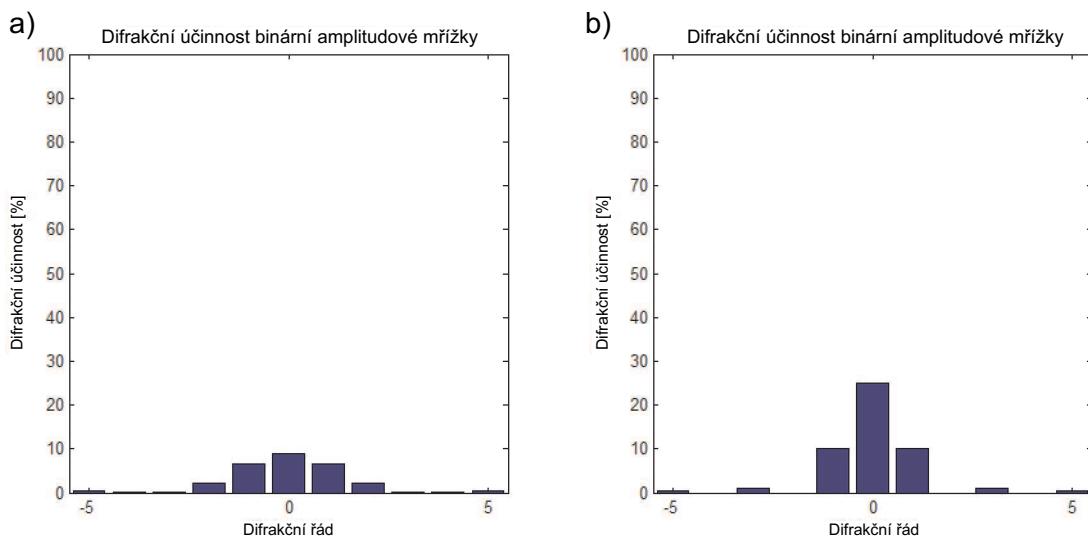
$$p \cos(\pi mp) = 0,$$

pak maximální difrakční účinnost v m -tém řádu nastává pro $p = \frac{1}{2m}$. Například pro ± 1 . řád dosahuje maximální difrakční účinnost hodnoty 10,1%.

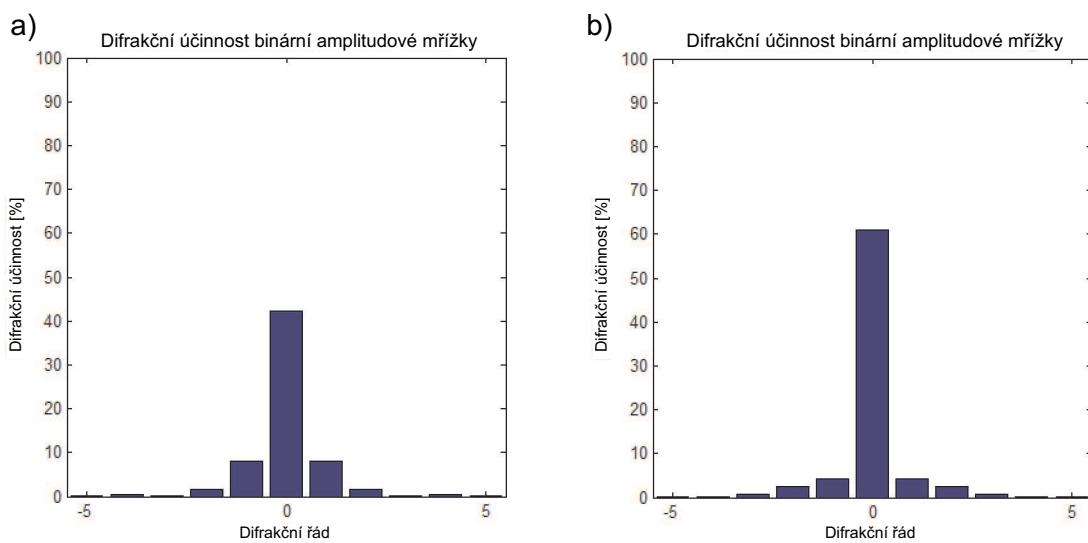
Pro nultý řád platí

$$c_0 = \lim_{m \rightarrow 0} c_m = p,$$

a tedy $\eta_0 = |c_0|^2 = p^2$. Je zřejmé, že účinnost je tím větší, čím větší je parametr p . To je důležité pro praktické aplikace - fyzická mřížka modulátoru musí propouštět co nejvíce světla do 0. řádu.

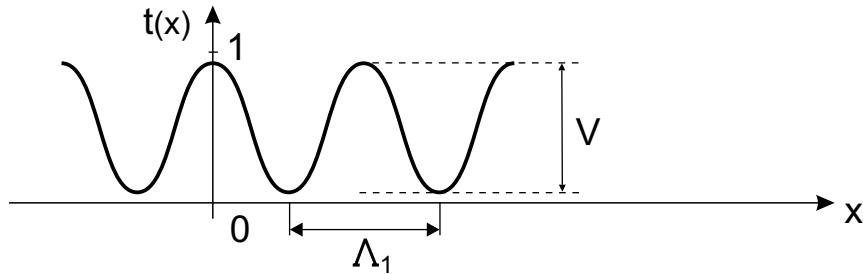


Obrázek 20: Difrakční účinnost binární amplitudové mřížky: a) $p = 0,3$, b) $p = 0,5$.



Obrázek 21: Difrakční účinnost binární amplitudové mřížky: a) amplitudový modulátor CRL Opto ($p = 0,65$), b) fázový modulátor Boulder ($p = 0,78$).

Harmonická amplitudová mřížka



Obrázek 22: Harmonická amplitudová mřížka.

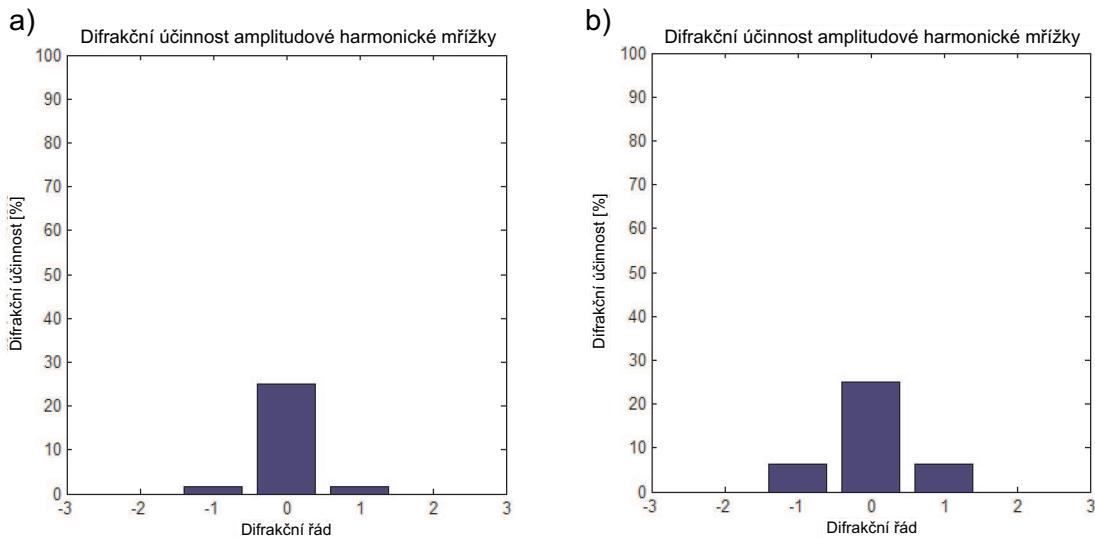
Mřížka má funkci propustnosti definovanou pomocí funkce *sinus* nebo *kosinus*

$$t(x) = \frac{1}{2} (1 + V \cos Kx),$$

kde $K = 2\pi f_{x1}$ a parametr $V \leq 1$ se nazývá *hloubka modulace*. Fourierovy koeficienty pro tuto mřížku mají tvar

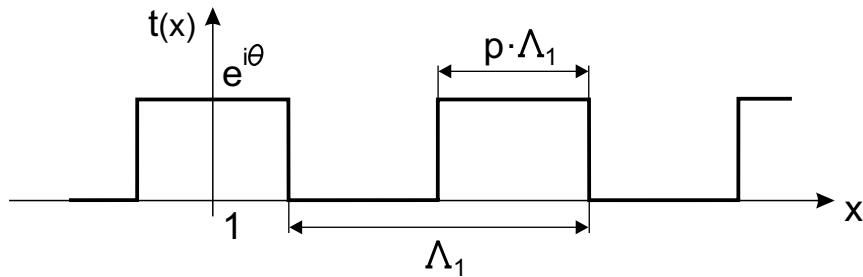
$$c_m = \frac{1}{2} \delta(m) + \frac{V}{4} \delta(m+1) + \frac{V}{4} \delta(m-1). \quad (35)$$

Jak je vidět, mřížka generuje pouze nultý a dva postranní difrakční řády. Pro maximální hloubku modulace $V = 1$ jde do 1. řádu 6,25% energie, do nultého vždy čtvrtina výkonu.



Obrázek 23: Difrakční účinnost harmonické amplitudové mřížky: a) $V = 0,5$, b) $V = 1$.

Binární fázová mřížka



Obrázek 24: Binární fázová mřížka.

Transmitanční funkce této mřížky opět nabývá pouze dvou hodnot fázového zdvihu, 1 nebo $e^{i\theta}$, kde parametr θ značí fázový zdvih a pro pracovní vlnovou délku nabývá hodnot $\theta \in (0 \div 2\pi)$. Výpočet Fourierových koeficientů je opět velmi podobný a ve výsledku dostaváme

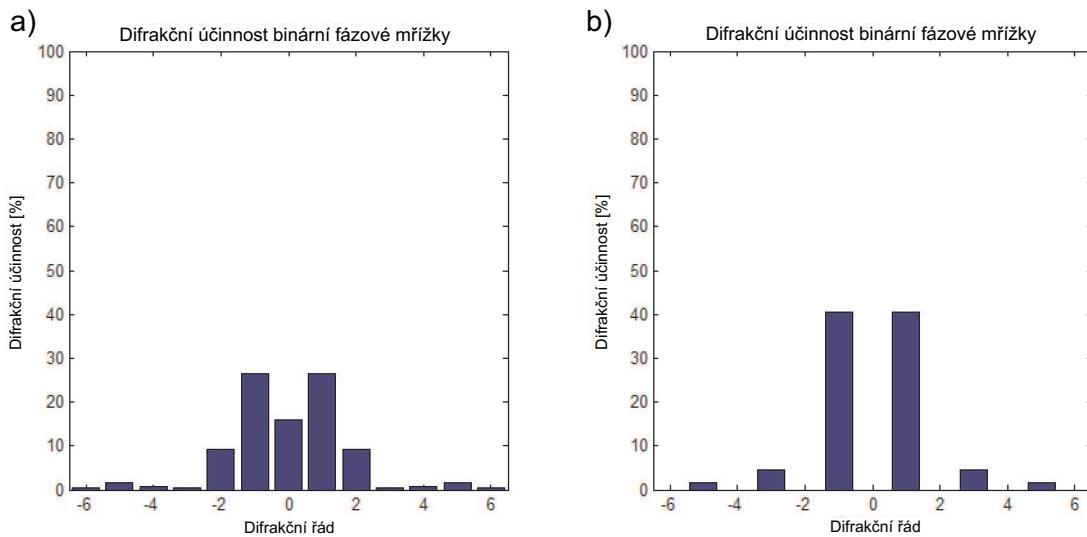
$$c_m = \text{sinc}(m) + p \text{sinc}(mp) \left(e^{i\theta} - 1 \right), \quad (36)$$

kde m značí difrakční řád a p střídu, analogicky k amplitudovému případu. Pro nultý řád má koeficient tvar

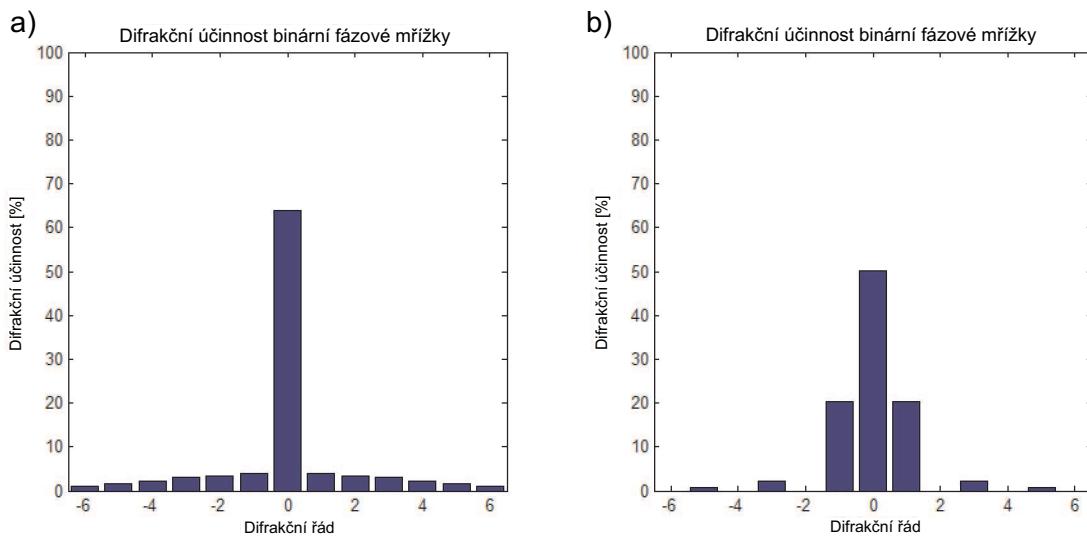
$$c_0 = 1 + p \left(e^{i\theta} - 1 \right).$$

Z výsledků je patrno, že účinnost závisí na obou parametrech. Na následujících grafech jsou zachyceny případy vždy s jedním parametrem fixovaným a druhým proměnlivým.

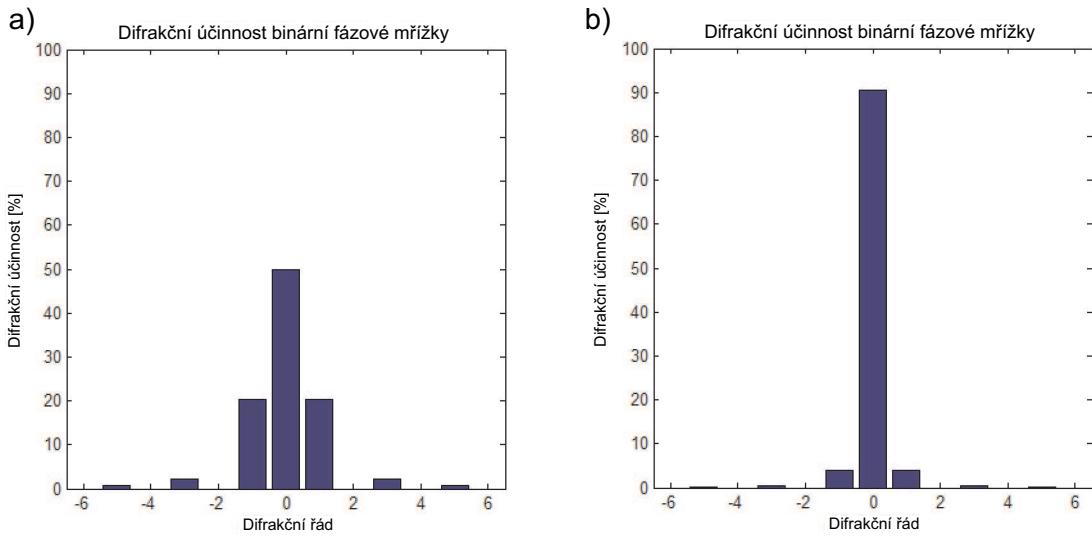
Jelikož binární fázová mřížka už slouží jako mřížka pracovní, je pro její praktické využití nejlepší, pokud do ± 1 . řádu jde maximum energie. To nastává pro parametry $p = 0,5$ a $\theta = \pi$ a maximální účinnost má hodnotu $\eta_1 = 40,5\%$.



Obrázek 25: Difrákční účinnost binární fázové mřížky: a) $\theta = 1\pi$ a $p = 0,3$; b) $\theta = 1\pi$ a $p = 0,5$.

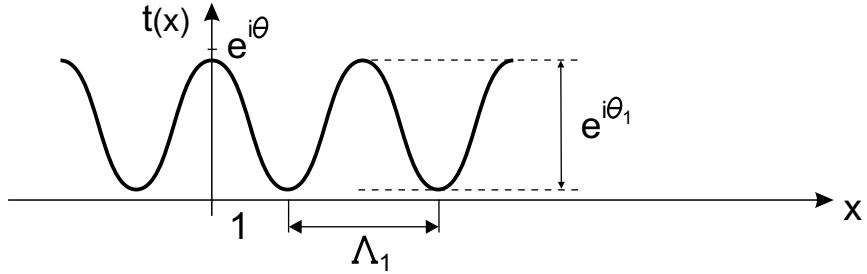


Obrázek 26: Difrákční účinnost binární fázové mřížky: a) $\theta = 1\pi$ a $p = 0,9$; b) $\theta = 0,5\pi$ a $p = 0,5$.



Obrázek 27: Difrakční účinnost binární fázové mřížky: a) $\theta = 1,5\pi$ a $p = 0,5$; b) $\theta = 1,8\pi$ a $p = 0,5$.

Harmonická fázová mřížka



Obrázek 28: Harmonická fázová mřížka.

Transmitanční funkce této mřížky nabývá hodnot

$$t(x) = \exp [i\theta_0 + i\theta_1 \cos 2\pi f_{x1} x],$$

kde $\theta = \theta_0 + \theta_1$ je fázový zdvih. Fourierovy koeficienty mají tvar

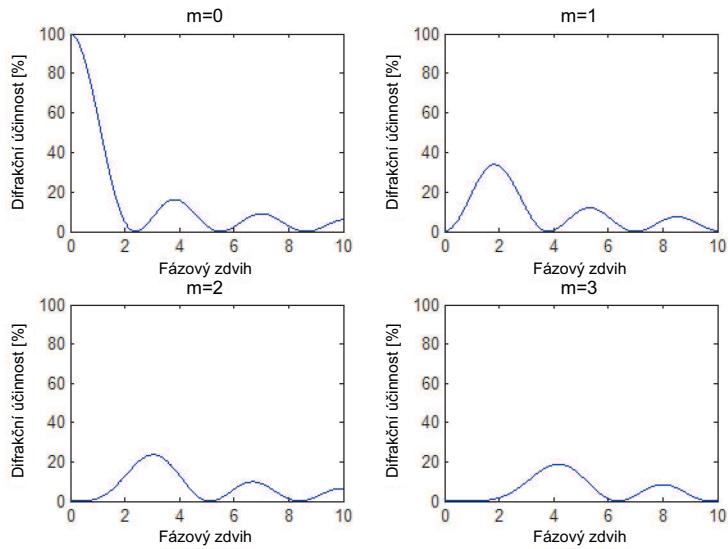
$$c_m = (-i)^m \cdot e^{i\theta_0} J_m(\theta_1), \quad (37)$$

kde

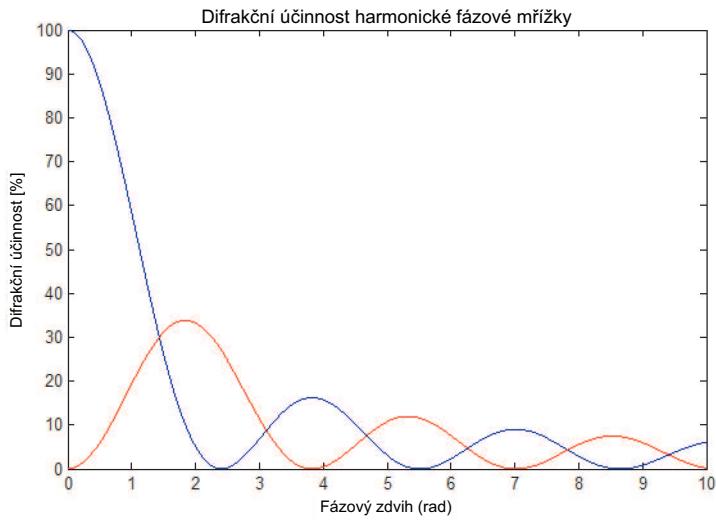
$$J_m(z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{-iz\sin\tau + im\tau} d\tau$$

je vyjádření Besselovy funkce 1. druhu m -tého řádu.

Je vidět, že mezi jednotlivými po sobě jdoucími difrakčními řády nastává fázový posuv $\pi/2$. Pro $m = \pm 1$ nastává maximum pro $J_1(1,84) = 0,58$, kde $1,84 \approx \pi/4$. Maximální účinnost v těchto řádech je 33,9%.

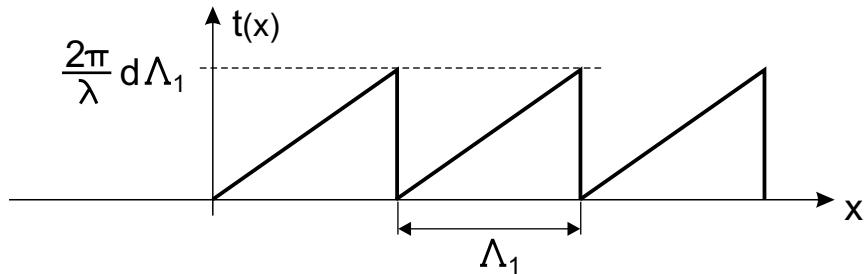


Obrázek 29: Difrákční účinnost harmonické fázové mřížky.



Obrázek 30: Harmonická fázová mřížka - nultý a první řad.

Ideální blejzovaná fázová mřížka



Obrázek 31: Dokonalá blejzovaná mřížka.

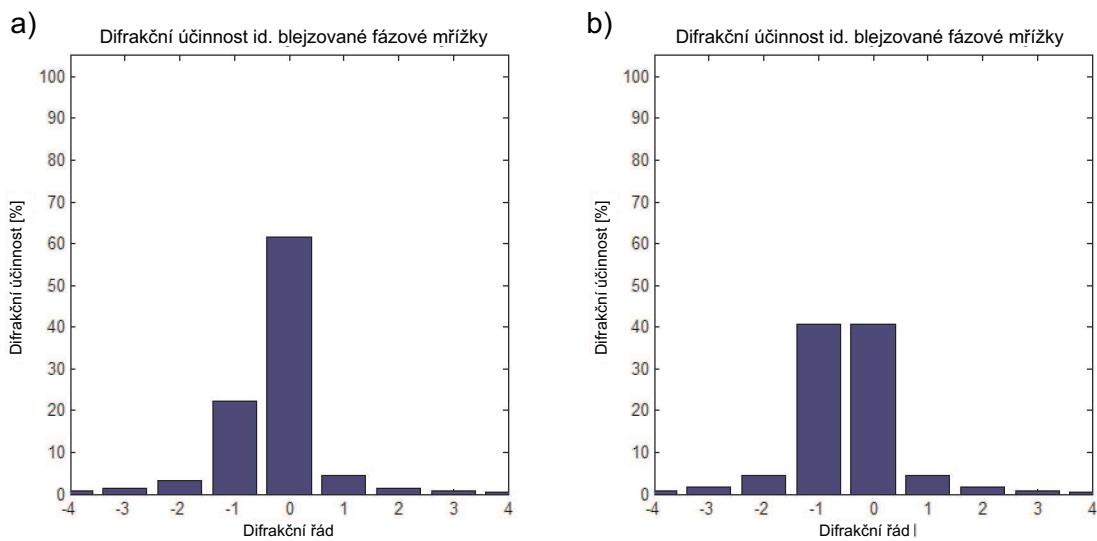
Z výpočtu výkonových koeficientů této mřížky je na první pohled patrné, proč zaujímá významné místo mezi ostatními mřížkami. Pokud jsou parametry mřížky vhodně nastaveny vzhledem k pracovní vlnové délce světla, dokáže naprostou většinu světelné energie difraktovat do jediného řádu. Funkce propustnosti této mřížky nabývá hodnot

$$t(x) = \exp \left[i \frac{2\pi}{\lambda} d \operatorname{mod}(x, \Lambda_1) \right],$$

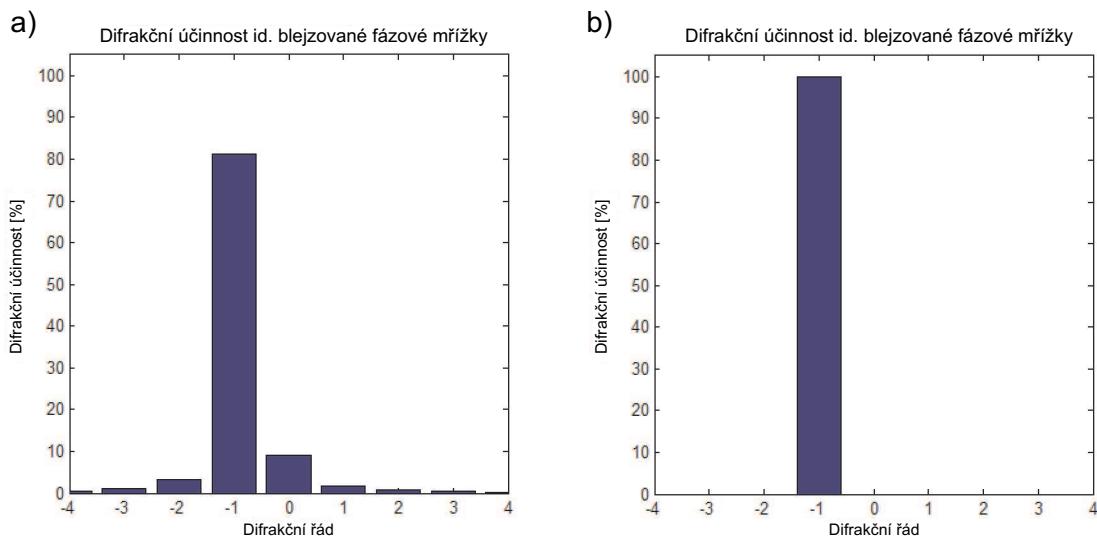
kde funkce $\operatorname{mod}(x, \Lambda_1)$ vytváří fázové skoky z 2π na 0π v případě, že koeficient fázového zdvihu $d = \lambda / \Lambda_1$. Výpočet Fourierových koeficientů probíhá opět podle (28), při integraci je použita metoda *per partes*

$$c_m = \operatorname{sinc} \left(m + d \frac{\Lambda_1}{\lambda} \right). \quad (38)$$

Pokud se konstrukcí mřížky docílí, že maximální změna optické dráhy světla je rovna vlnové délce, čili $d = \lambda / \Lambda_1$, pak se všechna energie přelije do mínus prvního difrakčního řádu! To je z pohledu prostorové modulace světla velmi významné, jelikož celkový difrakční proces na všech přítomných difrakčních strukturách snižuje využitelnou energii pro aplikace PMS. Tato pracovní mřížka tedy při správné konstrukci pozitivně ovlivňuje energetiku procesu.

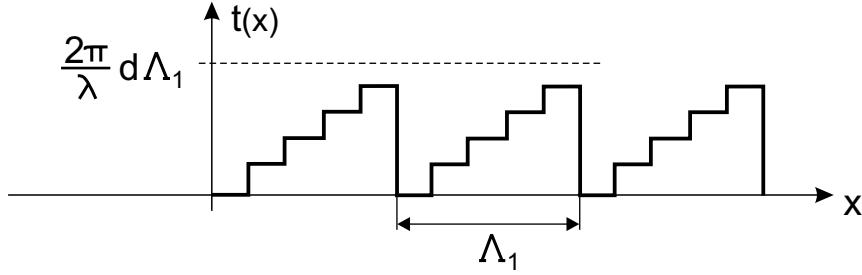


Obrázek 32: Difrakční účinnost ideální blejzované fázové mřížky: a) $\phi = 0,75\pi$, b) $\phi = 1\pi$.



Obrázek 33: Difrakční účinnost ideální blejzované fázové mřížky: a) $\phi = 1,5\pi$, b) $\phi = 2\pi$.

Reálná blejzovaná fázová mřížka



Obrázek 34: Reálná blejzovaná mřížka.

Výroba mřížek probíhá většinou litografickou metodou, kdy se profil vyznačuje stupňovitou nebo schodovitou změnou materiálových hodnot. V případě ovládaného prostorového modulátoru světla jde o analogii - jednotlivé pixely mohou mít pouze jednu hodnotu např. fázového zdvihu, takže není možno docílit hladkého profilu. Tato skutečnost ale rovněž negativně ovlivňuje energetické poměry mezi difrakčními řady, takže je potřeba tento vliv zahrnout do výpočtu. Oproti ideální blejzované mřížce navíc není možno dosáhnout fázového zdvihu plných ($0 \div 2\pi$). Funkce propustnosti má v tomto případě tvar

$$t(x) = \sum_{j=0}^{N-1} \exp \left[i \frac{2\pi}{\lambda} d \frac{j\Lambda_1}{N} \right],$$

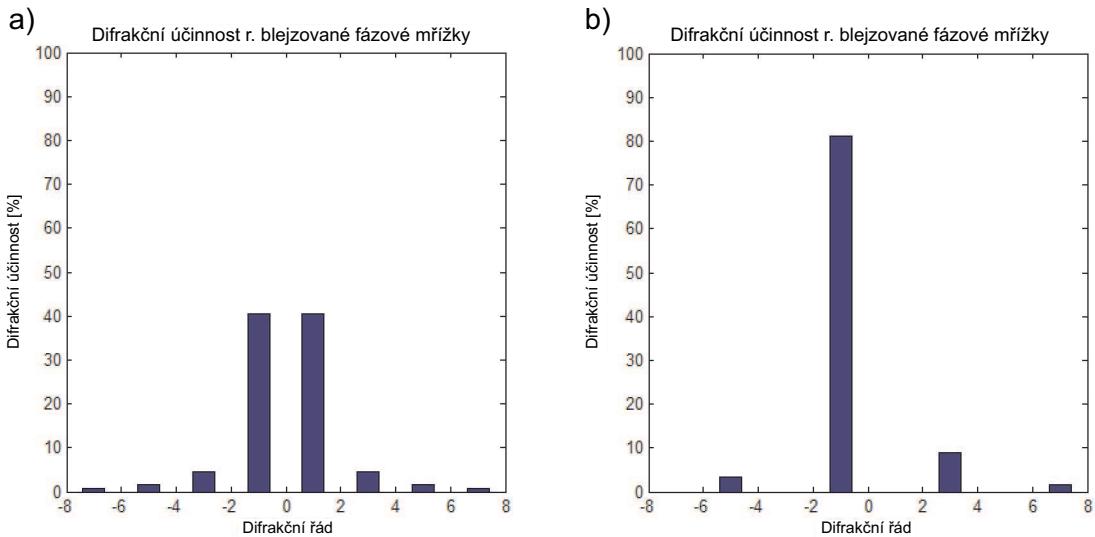
kde parametr N určuje počet schodů a $d = \lambda / \Lambda_1$ je koeficient fázového zdvihu. Při výpočtu Fourierových koeficientů je potřeba periodu rozložit na části s konstantním zdvihem, což ve výsledku vede k vytvoření geometrické řady. Výkonové koeficienty nabývají tvaru

$$c_m = \frac{\text{sinc}\left(\frac{m}{N}\right)}{N} \frac{\sin\left(\pi\left(d\frac{\Lambda_1}{\lambda} + m\right)\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{N}\left(d\frac{\Lambda_1}{\lambda} + m\right)\right)} \exp\left[i\pi\frac{m}{N}\right] \frac{\exp\left[i\pi\left(d\frac{\Lambda_1}{\lambda} + m\right)\right]}{\exp\left[i\frac{\pi}{N}\left(d\frac{\Lambda_1}{\lambda} + m\right)\right]} \quad (39)$$

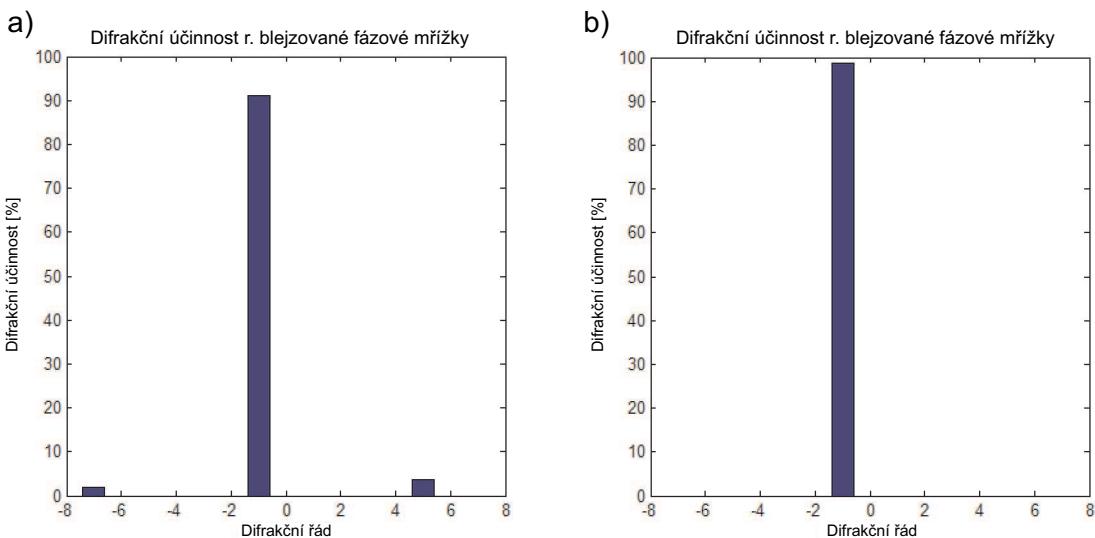
a pro účinnost potom platí

$$\eta_m = |c_m|^2 = \frac{\text{sinc}^2\left(\frac{m}{N}\right)}{N^2} \frac{\sin^2\left(\pi\left(d\frac{\Lambda_1}{\lambda} + m\right)\right)}{\sin^2\left(\frac{\pi}{N}\left(d\frac{\Lambda_1}{\lambda} + m\right)\right)}.$$

Je zřejmé, že účinnost závisí na počtu fázových skoků. Čím více jich bude, tím více se bude reálná mřížka blížit té ideální a bude výhodněji rozdělovat energii.



Obrázek 35: Difrakční účinnost reálné blejzované fázové mřížky: a) $\phi = 2\pi$, $N = 2$, b) $\phi = 2\pi$, $N = 4$.



Obrázek 36: Difrakční účinnost reálné blejzované fázové mřížky: a) $\phi = 2\pi$, $N = 6$, b) $\phi = 2\pi$, $N = 16$.

4.2 Vliv Gaussovského svazku na energetiku

Doposud byl uvažován případ, kdy na tenkou mřížku dopadá rovinná vlna. To je ale pouze ideální případ, kterého nelze dosáhnout - třeba už jen z toho důvodu, že rovinná vlna nese nekonečně velikou energii. Paraxiální vlny, jejichž normály svírají s hlavním směrem šíření jen malý úhel, musí splňovat paraxiální Helmholtzovu rovnici

$$\nabla_T^2 U - i2k \frac{\partial U}{\partial z} = 0,$$

kde $U = U(x, y, z)$ je komplexní amplituda vlny a $\nabla_T^2 = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$ je transverzální Laplaceův operátor (viz [1]).

Důležitým řešením této rovnice je právě Gaussovský svazek, který má v příčné rovině kruhově symetrické rozložení intenzity. Tento svazek dostáváme za jistých ideálních podmínek rovněž na výstupu laseru. Komplexní amplituda Gaussovského svazku má tvar

$$U_G = \frac{w_0}{w} \exp \left[-\frac{x^2 + y^2}{w^2} - ik \frac{x^2 + y^2}{2R} \right] \exp \left[i \arctg \frac{z}{q_0} \right], \quad (40)$$

kde parametry w , w_0 , R a q_0 jsou postupně aktuální pološířka svazku, pološířka v nejužším místě (*pas svazku*), poloměr křivosti a tzv. *Rayleighova vzdálenost*, na které ještě považujeme svazek za fokusovaný. Pro další výpočty je vhodné zápis zjednodušit na

$$\begin{aligned} U_G &= Z \exp [-Q(x^2 + y^2)], \\ Q &= \frac{1}{w^2} + \frac{ik}{2R}, \\ Z &= \frac{w_0}{w} \exp \left[i \arctg \frac{z}{q_0} \right]. \end{aligned} \quad (41)$$

Na následujícím příkladu budeme demonstrovat výkonové poměry v difrakčních řádech, což lze jednoduše porovnat s účinností vypočtenou pro ideální rovinnou vlnu. Uvažujme svazek (41), který dopadá na amplitudovou kosinovou mřížku (viz str. 35). Ta je pro demonstraci výhodná proto, že produkuje pouze tři difrakční řády, což zjednoduší výpočet. Stav pole těsně za transparentem odpovídá vztahu

$$U'(x, y) = U_G \cdot t,$$

kde funkci t dostaneme dosazením (35) do (27). V dalším kroku převedeme komplexní amplitudu do úhlového frekvenčního spektra Fourierovou transformací

$$\mathcal{U}(f_x, f_y) = \mathcal{F}\{U'\} = \mathcal{U}_0(f_x, f_y) + \mathcal{U}_{-1}(f_x, f_y) + \mathcal{U}_{+1}(f_x, f_y).$$

Pro jednotlivé difrakční řády vypadá výsledek následovně:

$$\mathcal{U}_0(f_x, f_y) = \frac{Z\pi}{2Q} \exp\left[-\frac{\pi^2}{Q}(f_x^2 + f_y^2)\right], \quad (42)$$

$$\mathcal{U}_{-1}(f_x, f_y) = \frac{ZV}{4Q} \exp\left\{-\frac{\pi^2}{Q}\left[\left(f_x + \frac{1}{\Lambda_1}\right)^2 + f_y^2\right]\right\}, \quad (43)$$

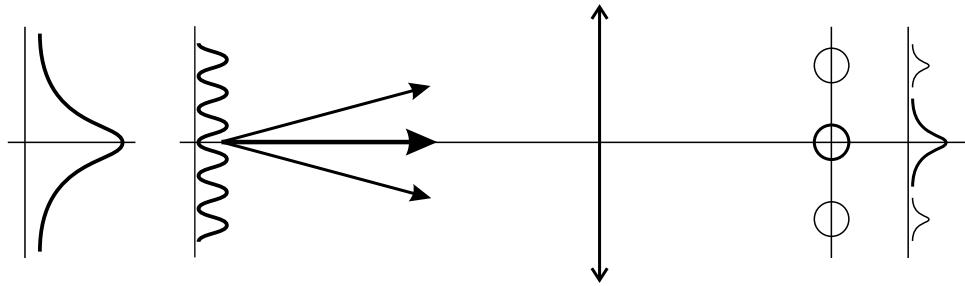
$$\mathcal{U}_{+1}(f_x, f_y) = \frac{ZV}{4Q} \exp\left\{-\frac{\pi^2}{Q}\left[\left(f_x - \frac{1}{\Lambda_1}\right)^2 + f_y^2\right]\right\}. \quad (44)$$

Stopa v pozorovací rovině však na rozdíl od ideálního zobrazení rovinné vlny nebude bodem, ale ploškou (obr. 37). To má vliv i na měření výkonu v jednotlivých stopách, které již nepojmou všechn výkon jako v případě rovinné vlny, ale mají Gaussovsky utlumené rozložení intenzity. Nejprve je třeba definovat hranici oblasti stopy, ve které budeme měřit. Standardně ji volíme jako místo, kde komplexní amplituda klesne na hodnotu $1/e$ svého maxima. Můžeme zůstat v úhlovém spektru a vyjít z libovolného vztahu (42) – (44). Velikost pološírky stopy pro rotačně symetrický svazek je dána jako

$$\Delta f = \sqrt{\frac{1}{\pi^2 w^2} + \frac{w^2 k^2}{4\pi^2 R^2}}. \quad (45)$$

Tento výsledek je velmi zajímavý - ukazuje, že pro daný svazek ve Fourierovské rovině vůbec nezáleží na jeho fokusaci do roviny modulátoru. Ve Fourierovské rovině bude frekvenční pološírka svazku vždy

$$\Delta f = \frac{1}{\pi w_0}.$$



Obrázek 37: Vliv Gaussovského svazku na rozložení intenzity.

Výkon Gaussovského svazku na vstupu je za předpokladu normované intenzity dán integrálem vstupní intenzity přes celou plochu

$$P_G = \iint_{-\infty}^{\infty} I(x, y, z) dx dy = \int_0^{\infty} I(\rho, z) 2\pi\rho d\rho = \frac{1}{2} \pi w_0^2 \quad (46)$$

V případě jednotlivých stop však nemůžeme integrovat přes celý prostor, ale pouze přes oblast, kde intenzita poklesne na zvolených $1/e^2 \approx 0,135$ svého maxima. V uvažovaném případě jsou hodnoty výkonu pro jednotlivé řády dány následovně

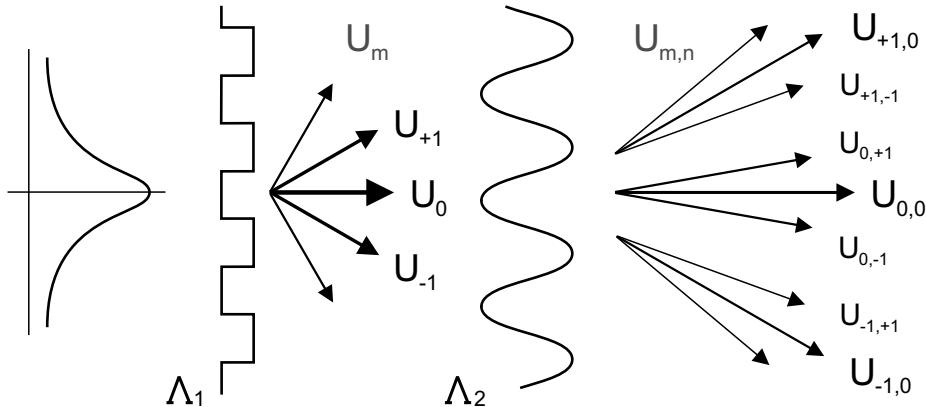
$$\begin{aligned} P_0 &= \frac{1}{8} \pi w_0^2 (1 - e^{-2}) = 0,86 \frac{P_G}{4}, \\ P_{\pm 1} &= \frac{V^2}{32} \pi w_0^2 (1 - e^{-2}) = 0,86 \frac{P_G V^2}{16}. \end{aligned} \quad (47)$$

Výsledek odpovídá případu difrakce rovinné vlny na harmonické amplitudové mřížce. Od ideálního případu se ovšem liší tím, že v jednotlivých řádech se nalézá menší množství energie. To závisí na definici hranice stopy a pro tento případ se jedná o 86%.

4.3 Obecná kombinace dvou difrakčních mřížek

Adresovatelné modulátory světla mají tu nevýhodu, že nikdy nelze studovat difrakční procesy pouze na zvolené fázové nebo amplitudové mapě. Na vině je fyzická struktura, rozdělená do maticy pixelů - tedy zmínovaná binární amplitudová mřížka. Tato mřížka štěpí dopadající svazek do několika řádů podle funkce sinc, přičemž velikost energie v každém z řádů souvisí zejména s parametrem p .

Jak je patrno z obr. 38, na problém přelévání energie se dá nahlížet jako na postupnou difrakci na dvou strukturách, kdy se každý z původních difrakčních řádů dále rozkládá v závislosti na typu následující mřížky.



Obrázek 38: Štěpení energie svazku na dvou mřížkách.

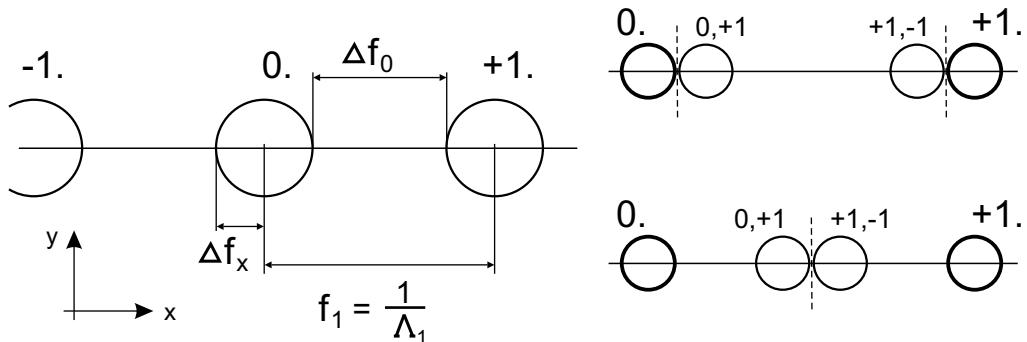
Na obrázku je naznačena difrakce na binární a následně harmonické amplitudové mřížce. V obecném případě lze kombinovat jakékoliv typy mřížek. Oba transparenty lze rozepsat pomocí (27), prosvítit Gaussovským svazkem (41) a spočítat úhlové spektrum ze vztahu

$$\mathcal{U}(f_x, f_y) = \sum_m \sum_n c_m \cdot c_n \iint_{-\infty}^{\infty} U_G(x, y) \exp \left[-i \frac{2\pi x}{\Lambda_1} - i \frac{2\pi y}{\Lambda_2} - i 2\pi (xf_x + yf_y) \right] dx dy. \quad (48)$$

Výsledné obecné úhlové spektrum tedy nabývá tvaru

$$\mathcal{U}(f_x, f_y) = \sum_m \sum_n c_m \cdot c_n Z \frac{\pi}{Q} \exp \left\{ -\frac{\pi^2}{Q} \left[\left(f_x - \frac{m}{\Lambda_1} - \frac{n}{\Lambda_2} \right)^2 + f_y^2 \right] \right\}, \quad (49)$$

kde c_m a c_n jsou výše uvedené výkonové koeficienty difrakčních řad od první (fyzické) a druhé (pracovní) mřížky. Odtud je patrné, že váhové koeficienty se budou násobit, čili při každé další difrakci se zmenší množství energie v kterékoliv stopě. Pro tuto práci je důležité vědět, kolik energie bude v řádu $\mathcal{U}_{0,+1}$, příp. $\mathcal{U}_{0,-1}$. Například pro laboratorní modulátor CRL Opto a harmonickou amplitudovou mřížku dostaneme 2,64% vstupního výkonu. U fázového modulátoru Boulder dostaneme při použití harmonické fázové mřížky 20,34%, u ideální blejzované mřížky až 60,1% vstupního výkonu. Tyto hodnoty však platí pouze pro prosvětlení ideální rovinou vlnou, Gaussovský profil amplitudy detekovatelné množství energie v daném řádu ještě zmenší.



Obrázek 39: Separace difrakčních řad.

Skutečnost, že každý pixel modulátoru může mít jen jednu hodnotu např. fázového zdvihu, přímo určuje, že nelze adresovat generovanou mřížku, jejíž perioda by se blížila nebo byla dokonce menší než perioda binární mřížky modulátoru. Toho se ale dá využít, jelikož volný prostor (například v dimenzi prostorových frekvencí) mezi difrakčními řady fyzické mřížky slouží k umístění difrakčních řadů mřížky pracovní (viz obr. 39). Uvažujme opět případ difrakce

na binární a harmonické amplitudové mřížce. Jestliže volná frekvenční vzdálenost mezi dvěma sousedními řády binární mřížky je

$$\Delta f_0 = f_1 - 2\Delta f_x$$

a všechny řády mají stejnou frekvenční pološítku Δf_x , pak díky úhlové symetrii mezi *plus prvním* a *mínus prvním* řádem pracovní mřížky je volný prostor pro další difrakční řád

$$\frac{\Delta f_0}{2} = \frac{f_1}{2} - \Delta f_x.$$

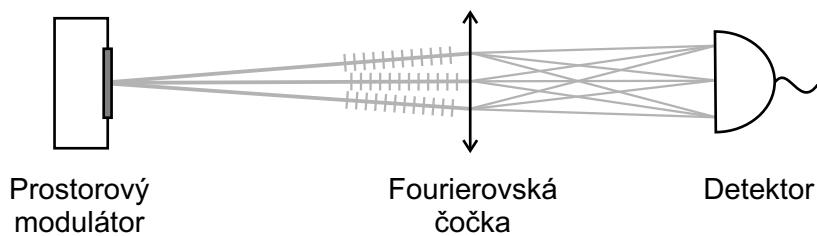
Pro pracovní mřížku tedy musí platit, že

$$2\Delta f_x \leq f_2 \leq \frac{f_1}{2} - \Delta f_x,$$

kde $f_2 = 1/\Lambda_2$ je frekvence pracovní mřížky.

4.4 Vliv fokusačního členu na energetiku

Množství energie v detekovaných difrakčních řádech bude ovlivněno také konečnou aperturou optického členu, který je vytváří (obr. 40). Ve zcela ideálním případě budeme nekonečně rozlehlu mřížku osvětlovat rovinou vlnou a následně fokusovat ideální nekonečně velikou čočkou. V takovém případě dostaneme v pozorovací rovině bodové stopy bez jakýchkoliv vad. V praxi však takovou čočku není možno vyrobit, musí mít konečnou aperturu. To znamená, že vyšší difrakční řády se ani nemusejí dostat dále do optického systému. Výpočet vlivu konečné apertury se zjednoduší, pokud místo ostrého ohrazení použijeme od středu ke krajům čočky postupně se zmenšující amplitudovou funkci propustnosti, například Gaussovskou. Takovou změnu amplitudy procházejícího světla nazýváme *apodizace*.

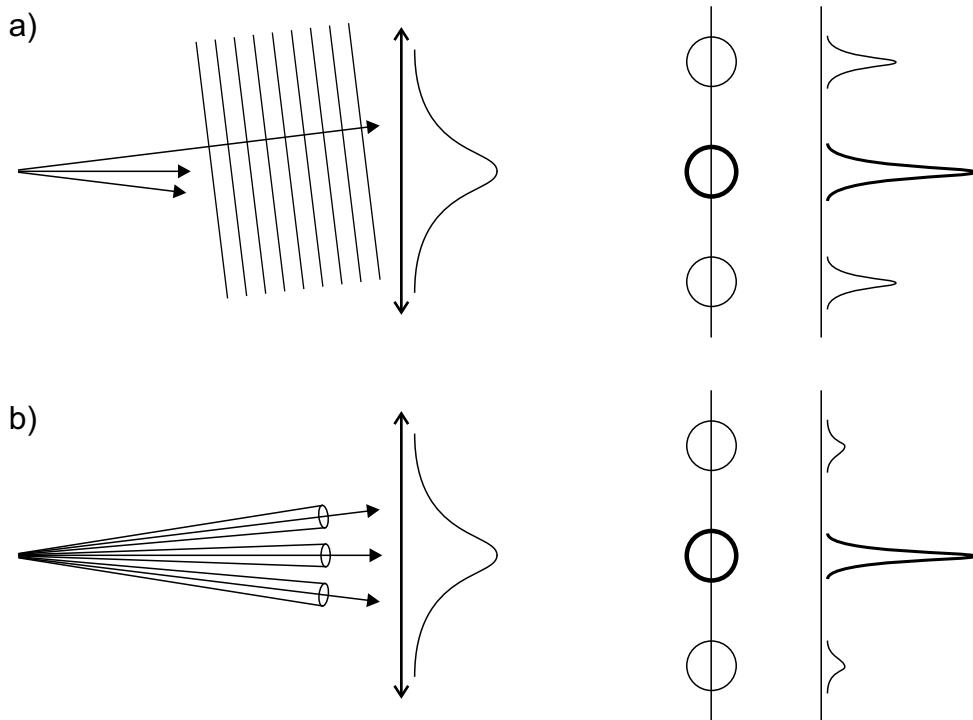


Obrázek 40: Fokusační člen v experimentálním uspořádání.

Budeme-li opět uvažovat osvětlení rovinou vlnou, jak je znázorněno na obr. 41, apodizace rovnoměrně zmenší množství energie jdoucí do všech difrakčních řádů. Rovinná vlna se totiž

může šířit jakýmkoliv směrem, vliv hraje pouze rozměr apertury - čím větší apertura, tím více energie projde do pozorovací roviny. V rovině pozorování se rovněž objeví všechny difrakční řády (stopy).

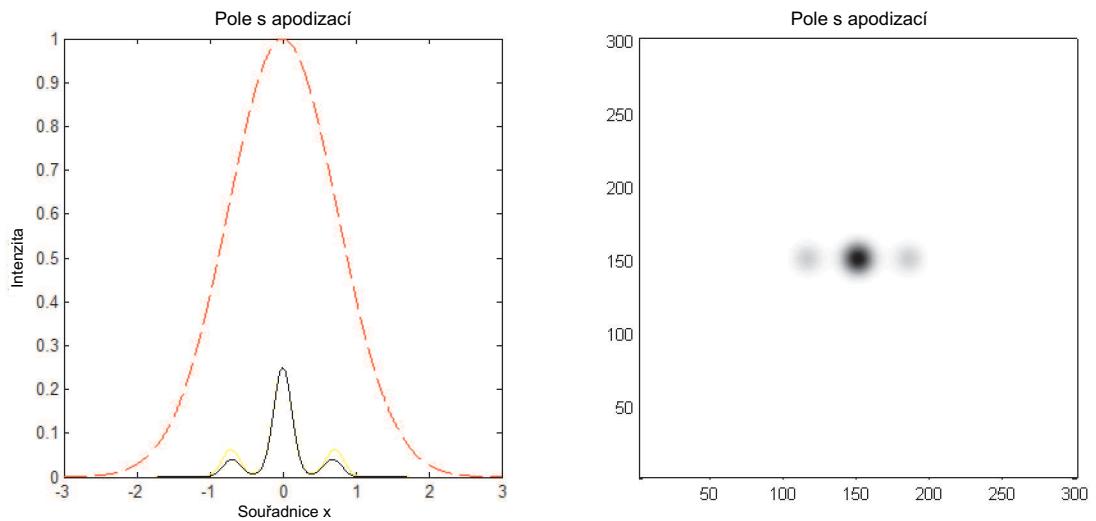
V případě osvětlení reálným Gaussovským svazkem se ale situace komplikuje. V prvé řadě je to mřížková rovnice (24) a perioda mřížky, jenž určuje, které difrakční řády se v pozorovací rovině ještě objeví a které už ne.



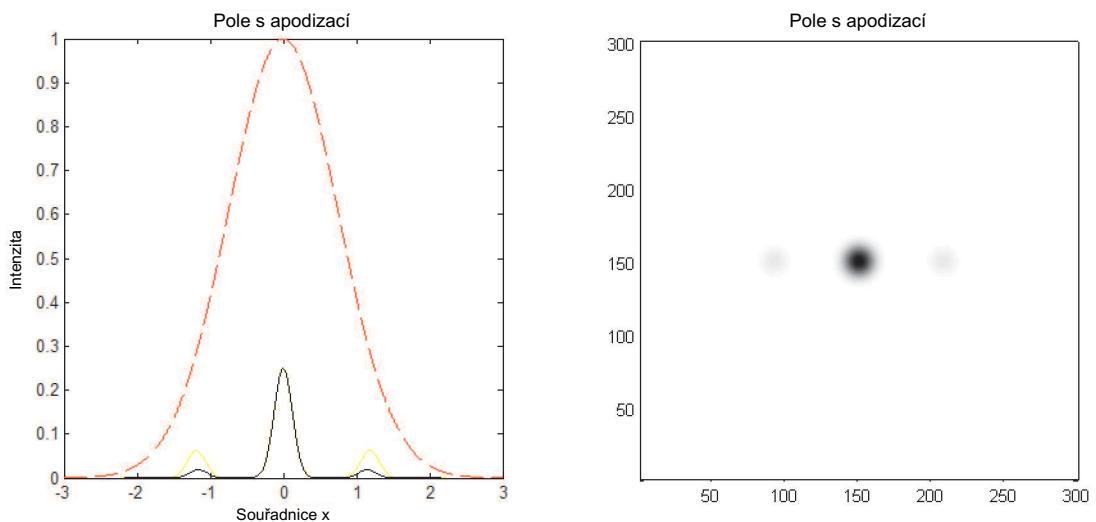
Obrázek 41: Vliv apodizace na a) rovinnou vlnu, b) Gaussovský svazek.

Eliminace vyšších řádů však nemusí nutně znamenat problém, jelikož se například v mikromanipulačních výborech nevyužívají. Nevýhoda ovšem spočívá v dalším zmenšení energie jdoucí do prvních řádů jediné mřížky, resp. do prvních postranních řádů, vzniklých difrakcí nultého řádu fyzické mřížky na mřížce pracovní za reálné situace (viz $U_{0,+1}$, příp. $U_{0,-1}$ na obr. 38). Z obr. 41 lze snadno dohlednout, že množství energie v těchto řádech je závislé na tom, ve kterém místě *na čočce* (těsně před čočkou) se stopy objeví. Záleží tedy na tom, jak velká je čočka, jakou funkcí je definována apodizace a jak velká je vzdálenost z čočky od roviny modulátoru. Na následujících grafech je vykreslena závislost výstupní intenzity na vzdálenosti čočky od roviny modulátoru, potažmo relativní velikosti pološířky Gaussovské apodizace. Demonstrace je studována na pří-

padu jediné harmonické amplitudové mřížky, která rozkládá vstupní svazek do tří difrakčních rámů.



Obrázek 42: Intenzitní rozdělení pro $z = 300\text{mm}$.



Obrázek 43: Intenzitní rozdělení pro $z = 500\text{mm}$.

4.5 Kombinace dvou fázových map

Zajímavou aplikací fázových struktur pro použití PMS v mikromanipulacích částic je i maska, která vznikne součtem dvou elementárních fázových map. Vzhledem k předešlým závěrům je logické předpokládat, že energeticky nejvhodnější bude součet dvou blejzovaných fázových map. Ty lze zapsat pomocí (27) a (38) jako

$$t_1 = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \text{sinc}\left(m - d \frac{\Lambda_1}{\lambda}\right) \exp\left[-i \frac{2\pi mx}{\Lambda_1}\right],$$

$$t_2 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{sinc}\left(n - d \frac{\Lambda_1}{\lambda}\right) \exp\left[-i \frac{2\pi nx}{\Lambda_2}\right].$$

V matematicky nejjednodušším a zároveň ideálním případě, kdy každá z mřížek odkládání všechnu energi pouze do jediného difrakčního rádu, lze zápis zjednodušit na

$$t_1 = \exp\left[-i \frac{2\pi x}{\Lambda_1}\right],$$

$$t_2 = \exp\left[-i \frac{2\pi x}{\Lambda_2}\right]. \quad (50)$$

Odsud už lze snadno odvodit vztah pro výslednou součtovou komplexní strukturu

$$t = t_1 + t_2 = 2 \cos\left(\pi x \left(\frac{1}{\Lambda_1} - \frac{1}{\Lambda_2}\right)\right) \exp\left[-i\pi x \left(\frac{1}{\Lambda_1} + \frac{1}{\Lambda_2}\right)\right]. \quad (51)$$

První člen na pravé straně této rovnice představuje harmonickou amplitudovou modulační funkci, o které je z předchozích výpočtů známo, že dělí dopadající vlnoplochu na tři svazky. Abychom spočetli výkon prošlého pole, musíme spočítat jeho intenzitu a následně integrovat přes celou plochu za transparentem. Je však třeba dát pozor na normování - aby se komplexní amplituda nenačítala, tvar prošlého pole musí splňovat

$$U' = \frac{U_G}{2} t = \frac{U_G}{2} t_1 + \frac{U_G}{2} t_2, \quad (52)$$

kde U_G je komplexní amplituda Gaussovskeho svazku (41). Intenzita daná vztahem $I = |U'|^2$ má čtyři, resp. tři členy. Výkon prošlého pole je tedy

$$\begin{aligned} P' &= \frac{1}{4} \pi w_0^2 + \frac{1}{8} \pi w_0^2 \exp\left[-\frac{\pi^2 w^2}{2} \left(\frac{1}{\Lambda_1} - \frac{1}{\Lambda_2}\right)^2\right] + \frac{1}{8} \pi w_0^2 \exp\left[-\frac{\pi^2 w^2}{2} \left(\frac{1}{\Lambda_2} - \frac{1}{\Lambda_1}\right)^2\right] \\ &= \frac{1}{4} \pi w_0^2 + \frac{1}{4} \pi w_0^2 \exp\left[-\frac{\pi^2 w^2}{2} \left(\frac{1}{\Lambda_1} - \frac{1}{\Lambda_2}\right)^2\right]. \end{aligned} \quad (53)$$

Jestliže výkon Gaussovského svazku je

$$P_G = \frac{1}{2} \pi w_0^2,$$

pak účinnost výsledného pole lze vyjádřit vztahem

$$\eta = \frac{P'}{P_G} = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \exp \left[-\frac{\pi^2 w^2}{2} \left(\frac{1}{\Lambda_1} - \frac{1}{\Lambda_2} \right)^2 \right] \right\}. \quad (54)$$

Zda je tento závěr správný, lze ověřit jednoduchou úvahou. Pokud by obě elementární blejzované mřížky měly stejnou periodu, tedy $\Lambda_1 = \Lambda_2$, chovaly by se jako mřížka jediná. V tom případě se vztah pro účinnost redukuje na

$$\eta = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \frac{1}{2} \exp [0] + \frac{1}{2} \exp [0] \right\} = 1,$$

což skutečně odpovídá případu ideální fázové blejzované mřížky. Obdobnou úvahu lze provést i pro frekvenční spektrum, výsledek bude zcela shodný.

Smyslem masky (51) je, že rozstěpí dopadající svazek do dvou (nebo v případě sumace několika členů i více) stop, které mohou být využity např. jako vícenásobné optické pasti.

Maska (51) je komplexní a v praxi obtížně realizovatelná, navíc snižuje difrakční účinnost. Ve velmi hrubé approximaci se dá rozštěpení svazku přibližně provést i tak, že se amplitudový člen zanedbá a na fázový PMS se adresuje mapa, která odpovídá fázi ve výrazu (51).

V práci [6] byla navržena metoda, která umožňuje iteračním procesem navrhnout čistě fázovou modulaci, která optimálně approximuje komplexní masku (51).

5 Optické víry

Další oblast, která začíná více přitahovat pozornost vědecké veřejnosti, se zabývá lokalizovanými strukturami při šíření elektromagnetického záření. Tyto struktury zahrnují zejména kombinaci nedifraktivních a vírových svazků. V této kapitole bude naznačena základní teorie optických vírů, která je čerpána z [7] – [10]. Dále bude diskutována konstrukce spirální masky [11] a její vliv na topologický náboj.

5.1 Podstata a využitelnost optických vírů

Víry rozmanitého původu lze běžně pozorovat v přírodě, jejich jistě nejznámějšími formami jsou atmosférické turbulenze nebo víry vznikající při pohybu kapalin (tedy obecně se týkají dynamiky tekutin). V optických systémech lze rovněž docela běžně pozorovat optické víry, které se však od výše zmíněných vírů s přímo pozorovatelnými mechanickými účinky v mnohem liší. Optický vír je náhodnou interferencí vzniklá nebo záměrně vytvořená fázová singularita na jinak spojité vlnoploše, ve které se skokově mění fáze a jejíž hodnota ve středu víru není jednoznačně určena. V těchto bodech nabývá amplituda vlny nulových hodnot a při použití koherentního nebo kvazi-koherentního záření jsme v pozorovací rovině svědky vyhasínání intenzity.

Pro singulární optiku, zabývající se mimo jiné právě optickými víry, skýtá výzkum a aplikace těchto světelných struktur zajímavé možnosti. Optické víry přenášejí při interakci s částicí moment hybnosti, který má zřetelné mechanické účinky. Moment hybnosti má dvě složky - spin a orbitální moment hybnosti. Spin je závislý na polarizačním stavu světla (je nulový pro lineární polarizaci) a při interakci s částicemi způsobuje rotaci kolem jejich vlastní osy. Orbitální moment hybnosti souvisí s vřívým tokem elektromagnetické energie a při interakci s částicí vyvolává její rotační pohyb kolem centra optického víru. Orbitální moment hybnosti má přímou vazbu na šroubovitý tvar vlnoplochy, která je generována například spirální fázovou maskou, studovanou v další části této kapitoly.

Aplikace vírových svazků má široké uplatnění. Mechanické účinky orbitálního momentu hybnosti lze využít pro pohon mikromechanických rotorů, jejichž funkce se velmi podobá klasickým větrníkům. Toho lze využít při neinvazivním studiu mechanických vlastností buněk nebo makroskopických molekul. Významnou aplikací je i manipulace mikročástic v systému tzv. *optické pinzety*. V běžných podmírkách lze Gaussovským svazkem zachytit a transportovat málo absorbující mikročástice s indexem lomu mírně vyšším než okolní médium. V případě aplikace vírových svazků lze realizovat optické pasti, pomocí nichž lze manipulovat s jinak obtížně za-

chytitelnými částicemi.

Ve skalární approximaci lze jeden optický vír charakterizovat komplexní amplitudou [7]

$$U(\rho, \theta) = U_0 u(\rho, \theta) \exp [im\theta + i\beta], \quad (55)$$

kde amplituda U_0 je reálná konstanta, m je nenulové celé číslo zvané *topologický náboj*, a β je volitelná konstantní fáze. V tomto případě je optický vír totožný s počátkem souřadnic, kde rovněž vymizí obálka $u(\rho, \theta)$.

Základní hodnoty topologického náboje jsou $m = \pm 1$ a všechny ostatní hodnoty mohou být získány kombinací základních nábojů. Libovolné pole tedy lze rozepsat do řady vírových módů, obdobně jako lze rozepsat běžné difraktivní struktury do řady harmonických příspěvků

$$E(x, y) = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} g_m(\rho) \exp [-im\theta], \quad (56)$$

$$g_m(\rho) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{+\pi} E(x, y) \exp [im\theta], \quad (57)$$

kde g_m je kruhově závislá Fourierova řada koeficientů odpovídajících vírovým módům. V ideálním případě existuje pouze jeden optický vír a obálka je kruhově symetrická, světelné pole se tedy dá zapsat jako

$$U(\rho, \theta, z) = U_0 u(\rho, z) \exp [im\theta + i\beta - ikz + i\Phi(\rho, z)]. \quad (58)$$

Argument $\Phi(\rho, z)$ popisuje zakřivení vlnoplochy a $u(\rho, z)$ vývoj amplitudy. Povrch konstantní fáze $m\theta + \beta - kz + \Phi(\rho, z) = \text{konst}$ je šroubovitý.

5.2 Spirální fázová maska

Spirální fázová maska je struktura s fázovou modulací $\exp(im\theta)$, kde $\theta = \arctg(y/x)$ je azimutální úhel a m je opět topologický náboj. V ideálním případě je maska dokonale hladkou šroubovicí, modulátor však takovou strukturu vygenerovat nedokáže. Analogicky k reálné blejzované mřížce (str. 42) je třeba úhel $\theta \in (0 \div 2\pi)$ rozdělit na zvolený počet úseků M , přičemž každý úsek (*schod*) má fázový zdvih $\Delta\phi$. Funkci propustnosti takové masky lze zapsat jako [11]

$$t(\rho, \theta) = \text{circ} \frac{\rho}{R} \exp \left\{ i \left[\text{mod} \left(\Delta\phi \text{ceil} \left(\frac{M\theta}{2\pi} \right), 2\pi \right) \right] \right\}, \quad (59)$$

kde funkce $\text{circ} \frac{\rho}{R}$ značí kruhovou aperturu o poloměru R .

Funkce $\text{ceil}(X)$ vrací nejbližší celé číslo $\geq X$. Jelikož M udává celkový počet schodů na intervalu $\theta \in (0 \div 2\pi)$, lze určit úhlovou šířku jednoho schodu jako $\Delta\theta = 2\pi/M$. Potom tedy $\frac{M\theta}{2\pi} = \frac{\theta}{\Delta\theta}$ a funkce $\text{ceil}\left(\frac{\theta}{\Delta\theta}\right)$ určuje, na kterém schodu se právě nalézáme.

Funkce $\text{mod}(x, y) = x - y \cdot \text{INT}(x/y)$ slouží k tomu, že jakmile fázový zdvih $\phi \in (0 \div 2\pi)$ dosáhne své maximální hodnoty, začne se tvořit nové točité schodiště. Ze zápisu je jasné vidět, že počet schodišť vytvořených na $\theta \in (0 \div 2\pi)$ úzce souvisí s volitelným parametrem $\Delta\phi$, který udává fázový zdvih každého schodu. Odtud lze odvodit úhlovou šířku jednoho schodiště (jedné periody). Ta je závislá na počtu schodů v periodě $N = 2\pi/\Delta\phi$. Úhlová šířka schodiště je pak $\Delta\theta_P = N \cdot \Delta\theta = 2\pi \frac{\Delta\theta}{\Delta\phi}$.

Počet schodišť nebo period, které se zobrazí na intervalu $\theta \in (0 \div 2\pi)$, je dán vztahem

$$P = \frac{M}{N} = M \frac{\Delta\phi}{2\pi},$$

který je v [11] rovněž nazýván *vlastní topologický náboj*.

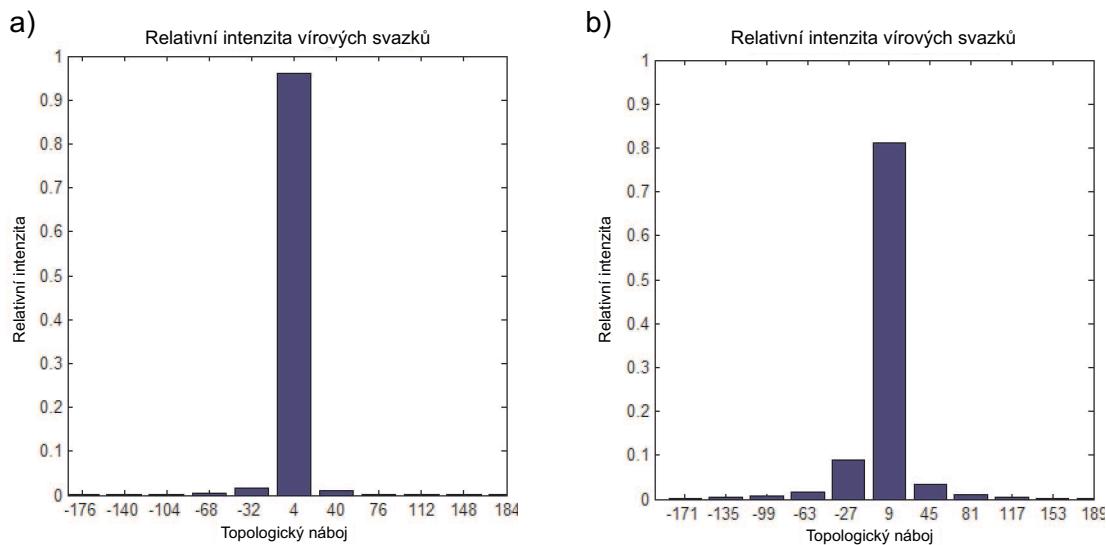
Výpočtem koeficientů (57) z (59) dostaneme vztah

$$g_m = \frac{i}{2\pi m} \left(e^{im\frac{2\pi}{M}} - 1 \right) \sum_{n=1}^M \exp \left[i \left(\Delta\phi - m \frac{2\pi}{M} \right) n \right] \quad (60)$$

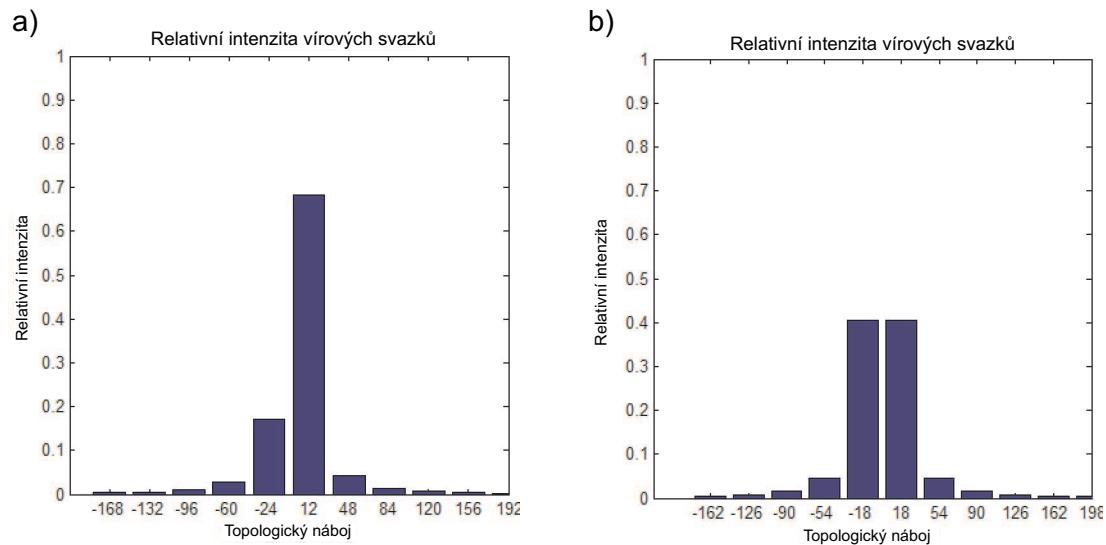
Pokud položíme $m = P - kM$, kde $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$, výsledek se zjednoduší a relativní intenzita každé z komponent s nábojem m je rovna

$$I_m = |g_m|^2 = \text{sinc}^2 \left(\frac{m}{M} \right). \quad (61)$$

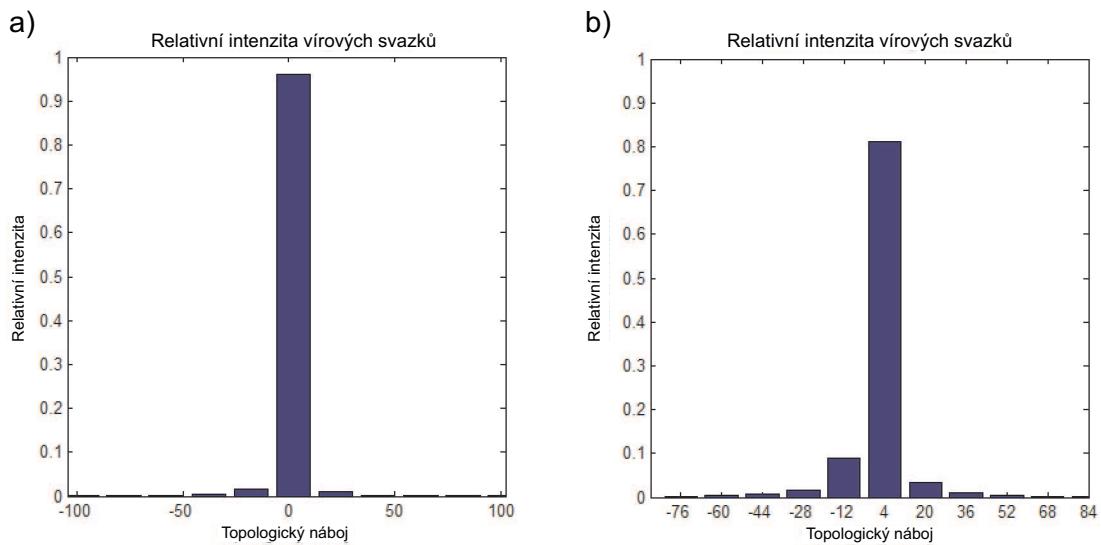
Z následujících grafů je patrné, že pokud chceme koncentrovat maximum energie pouze do jednoho víru, měl by být parametr $\Delta\phi$ co nejmenší - ideálně $\Delta\phi = 2\pi/M$.



Obrázek 44: Vírové svazky: a) $M = 36, \Delta\phi = 2\pi/9$ b) $M = 36, \Delta\phi = \pi/2$.



Obrázek 45: Vírové svazky: a) $M = 36, \Delta\phi = 2\pi/3$ b) $M = 36, \Delta\phi = \pi$.

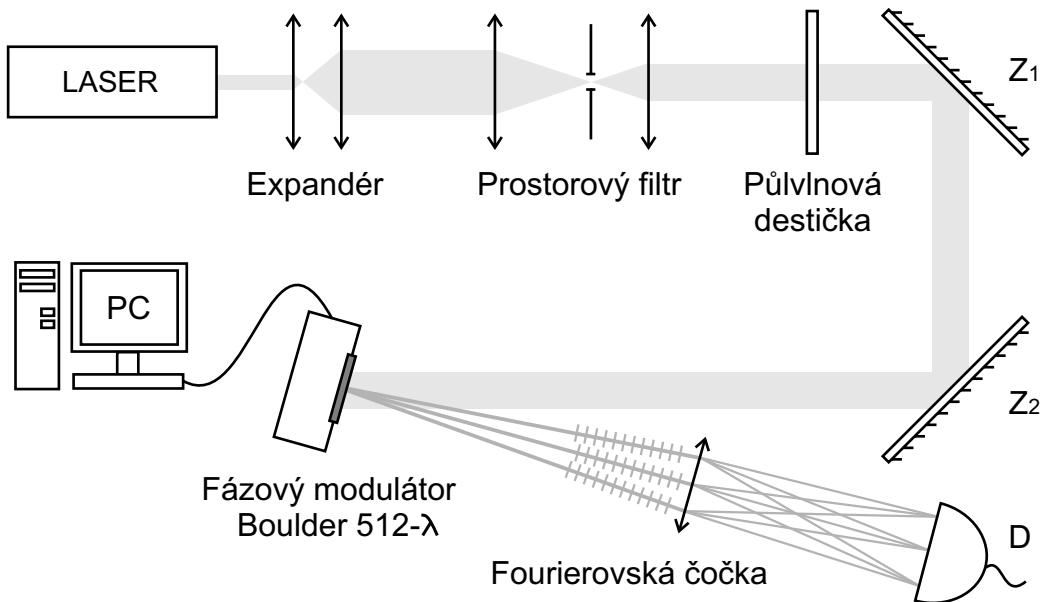


Obrázek 46: Vírové svazky: a) $M = 20$, $\Delta\phi = 2\pi/9$ b) $M = 16$, $\Delta\phi = \pi/2$.

Na obr. 44 a) je zcela dominantní topologický náboj o $m = 4$ a všechny ostatní jsou potlačeny. Tato realizace je vhodná pro přenos nebo měření orbitálního momentu hybnosti, kde je vyžadována vysoká čistota vírového módu. Oproti tomu případ z obr. 45 b) dává návod, jak realizovat superpozici módů, což je využitelné při přenosu informace optickým kanálem. Z obr. 46 lze vyčíst, jak počet schodů ve schodišti ovlivňuje rozložení topologického náboje ve svazku.

6 Experiment

Součástí teoretických výpočtů difrakční účinnosti jednotlivých mřížek je i experimentální ověření těchto hodnot. K tomuto účelu bylo v laboratoři sestaveno experimentální uspořádání podle obr. 47. Zdrojem záření byl helium neonový laser s pracovní vlnovou délkou $\lambda = 633$ nm. Svazek s Gaussovským profilem byl nejprve prostorově rozšířen, aby mohl být následně využitím prostorového filtru (mikroobjektiv, clona, kolimační člen) zbaven vyšších prostorových frekvencí a tedy i šumu. Kolimovaný svazek s přesně nastavenou lineární polarizací, zajištěnou fázovou destičkou, byl poté za použití zrcátek přiveden na aktivní plochu fázového modulátoru Boulder. Stopy difrakčních řádů byly fokusovány spojnou čočkou a jejich obraz buděto snímán ve Fourierovské rovině na kameru F-View nebo zachycen měřičem optického výkonu.



Obrázek 47: Schéma experimentální realizace měření difrakční účinnosti význačných mřížek.

Celkem byly proměřeny tři pracovní fázové difrakční mřížky - binární, harmonická a blejzovaná. Mřížky, jejichž mřížkový vektor ležel v ose x , však rozkládaly světlo takovým způsobem, že nultý difrakční řád $U_{0,0}$ této mřížky byl (v souladu s teorií) shodný s nultým difrakčním řádem U_0 fyzické binární amplitudové mřížky modulátoru. Bylo tedy nutno difrakční řády pracovní fázové mřížky prostorově separovat od difrakčních řádů fyzické mřížky. Toho bylo docíleno tak, že zkoumaná fázová difrakční mřížka, periodická v ose x , byla sečtena s ideální fázovou blejzovanou mřížkou, periodickou v ose y . Tato skutečnost však znamenala další difrakci a tedy zmenšení absolutní

hodnoty energie v měřených difrakčních stopách. Současně s tím však nastal efekt popsaný v kapitole 4.5 - k čistě fázové mapě se přidaly amplitudové efekty, které rovněž negativně ovlivnily účinnost difrakce na zkoumané mapě.

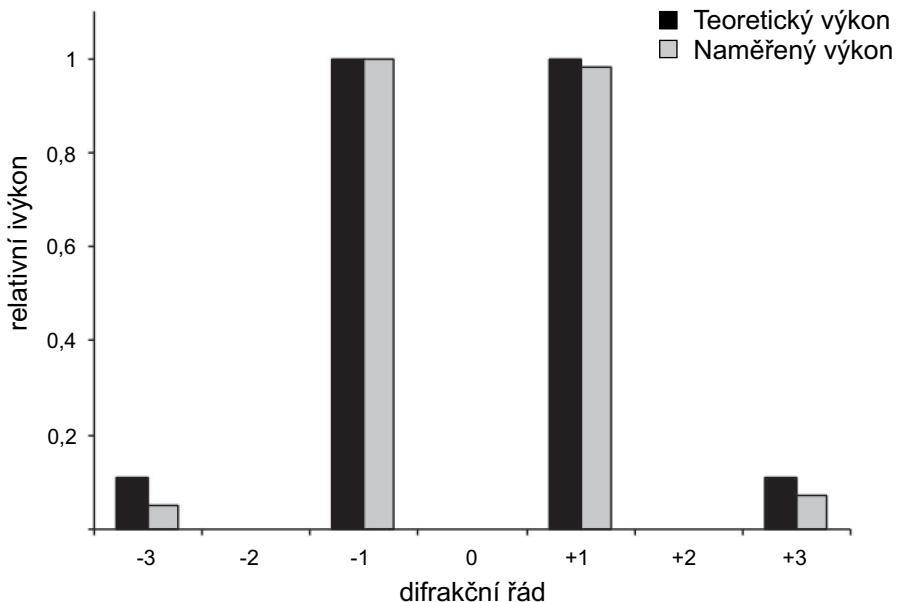
Vlivů působících na energetiku difrakce na prostorovém modulátoru světla je však více. Jedním z nich je i teplota modulátoru a okolního prostředí, což bylo studováno v [12]. Výsledkem těchto experimentů na modulátoru s jedinou buňkou kapalného krystalu (jedním pixelem) bylo zjištění, že účinnost difrakce výrazně závisí na teplotě a se zvyšující se teplotou účinnost klesá. Tento efekt se dá odstranit buďto účinným chlazením modulátoru a jeho okolí, nebo úpravou voltampérových charakteristik modulátoru v závislosti na teplotě. Ani jedna z těchto možností však nebyla k dispozici a vliv na energetiku difrakce tedy nebylo možno přesně stanovit.

Ne zcela zanedbatelný efekt bude jistě souvisej i s vlivem elektrického napětí na jednotlivých pixelech a jeho přesahováním do okolních pixelů. Na obrázku 13 je tento vliv částečně naznačen a pozorovatelný je zejména v pravé části na pixelech o napětí 5V a 0V. To vede k deformaci fázové mapy, zejména v místech ostrých přechodů napětí (například schody blejzované nebo binární mřížky). Modulátor sám o sobě může rovněž vykazovat chybu ve velikosti fázového zdvihu, což bylo náhodou pozorováno při měření chybně naprogramované binární fázové masky.

Pro všechny výše uvedené důvody bylo rozhodnuto neměřit absolutní výkon v jednotlivých difrakčních řádech a neporovnávat výsledky s výkonem svazku před dopadem na modulátor. Místo toho bylo zvoleno stanovit relativní poměr výkonu v jednotlivých stopách a stanovení korelace s teoretickými hodnotami. Grafy s relativními výkony difrakčních řádů byly normovány tak, že spočítané teoretické hodnoty i naměřené absolutní hodnoty byly vyděleny maximální vypočtenou nebo maximální naměřenou hodnotou. Lze tak snadno ověřit soulad experimentu s teorií.

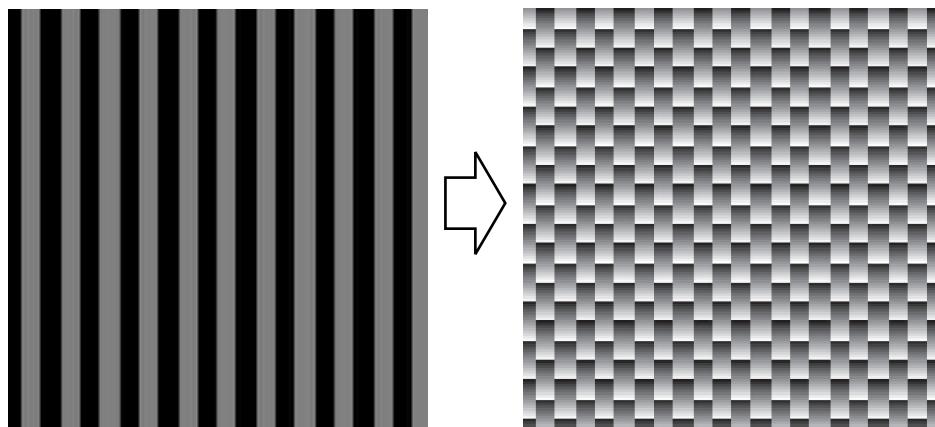
Binární fázová mřížka

Binární fázová mřížka nabývá pouze dvou hodnot fázového zdvihu a v závislosti na jeho velikosti a parametru p rozkládá vstupní svazek do určitého počtu difrakčních řádů o různé intenzitě. Pro experiment bylo zvoleno $\theta = \pi$ a $p = 0,5$, díky čemuž vymizela intenzita v nultém a všech sudých řádech. Jak ukazuje následující srovnání teorie a experimentu, výsledky jsou poměrně dosti shodné. Jejich nesymetričnost může být dána nedokonale nasimulovanou fázovou mapou, vadami modulátoru i nepřesným měřením v obtížných podmínkách ručně nastavovaného měřiče výkonu a velmi malých rozměrech jednotlivých difrakčních stop.



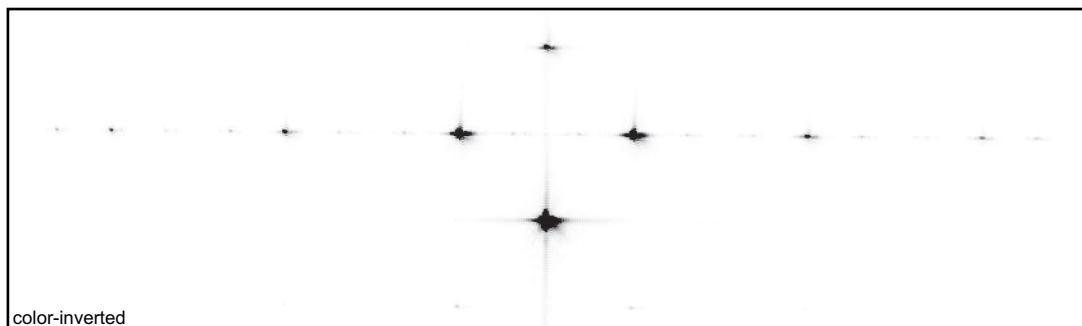
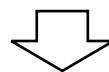
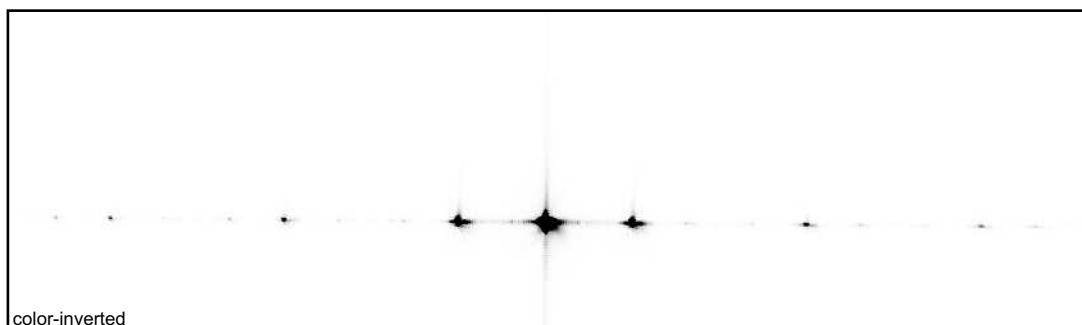
Obrázek 48: Relativní výkon difrakčních řádů binární fázové mřížky.

V úvodní části měření byly náhodou pozorovány nedokonalosti fázového zdvihu modulátoru. Maska byla chybně nastavena na zdvih $\theta = 2\pi$, což je pro modulátor stejná hodnota jako $\theta = 0\pi$. Přesto byl při změně periody mřížky pozorován prostorový posun difrakčních stop. Z toho lze usuzovat, že modulátor vykazuje buďto pro všechny nebo alespoň pro maximální hodnoty fázového zdvihu kladnou nebo zápornou chybu. Tato chyba vede k deformaci mřížky a odchylce naměřených hodnot od teoretičky spočteného výkonu.



Binární mřížka
35 periodů na šířce modulátoru
Maximální zdvih π

Binární mřížka periodická v ose x
sečtená s ideální blejzovanou mřížkou periodickou
v ose y

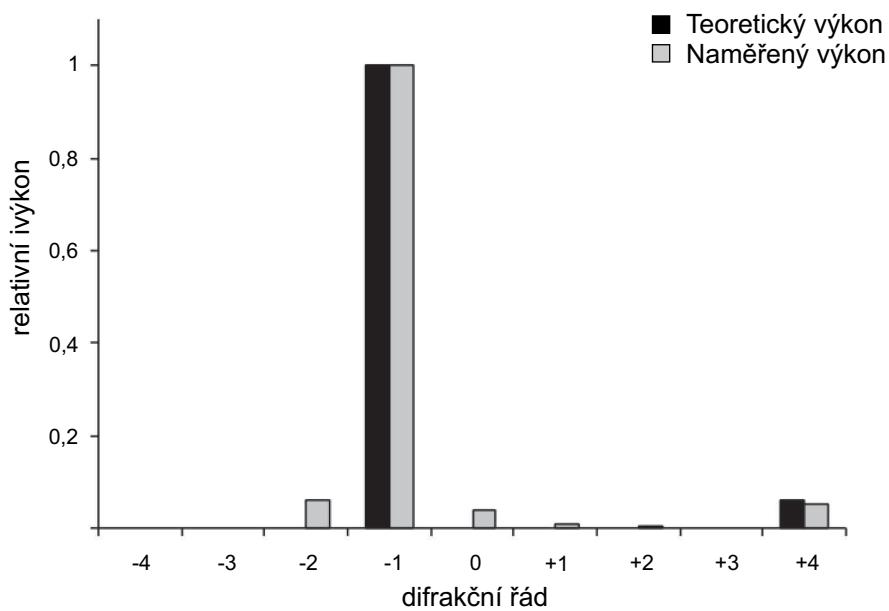


Obrázek 49: Difrakční obrazec binární fázové mřížky.

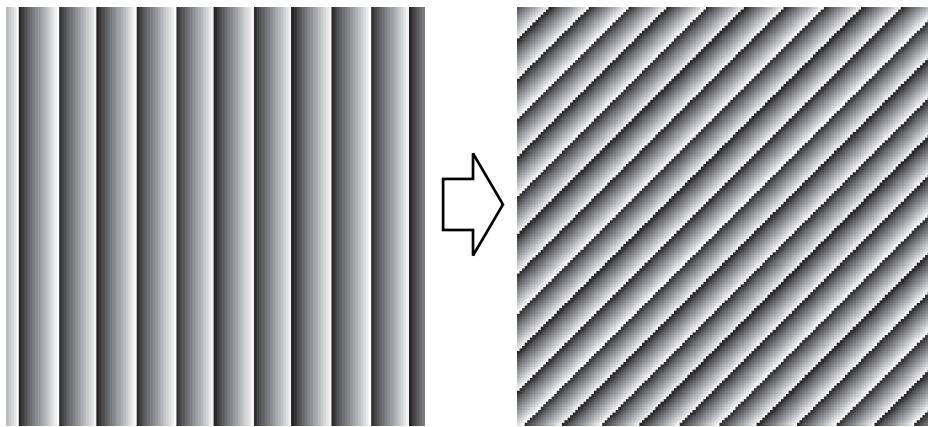
Blejzovaná fázová mřížka

Podle teorie by měla blejzovaná fázová mřížka při správné konstrukci (maximální zdvih $\theta = 2\pi$ pro danou vlnovou délku) vykazovat výrazné přelití energie do jediného difrakčního rádu. Při experimentu bylo nejprve postupováno podle obr. 51. Ideální blejzovaná mřížka s periodou v ose x byla sečtena s ideální blejzovanou mřížkou periodickou v ose y . Tato struktura se však chovala jako další ideální blejzovaná mřížka, pouze otočená o 45° . V tom případě nedošlo k separaci nultých řádů fázové a amplitudové mřížky a nebylo možno vyhodnotit účinnost difrakce.

Proto musela být místo ideální použita reálná blejzovaná mřížka s periodou v ose x a s počtem 5 schodů na periodu mřížky. To mělo za následek přelití energie i do jiných než mínus prvního difrakčního rádu. Stále však lze pozorovat shodu experimentu s teorií. Fakt, že se část energie vyskytuje i v rádech, kde by být neměla, lze opět přičíst nepřesnosti měření, nedokonalostem fázové mapy i dalším výše uvedeným důvodům.

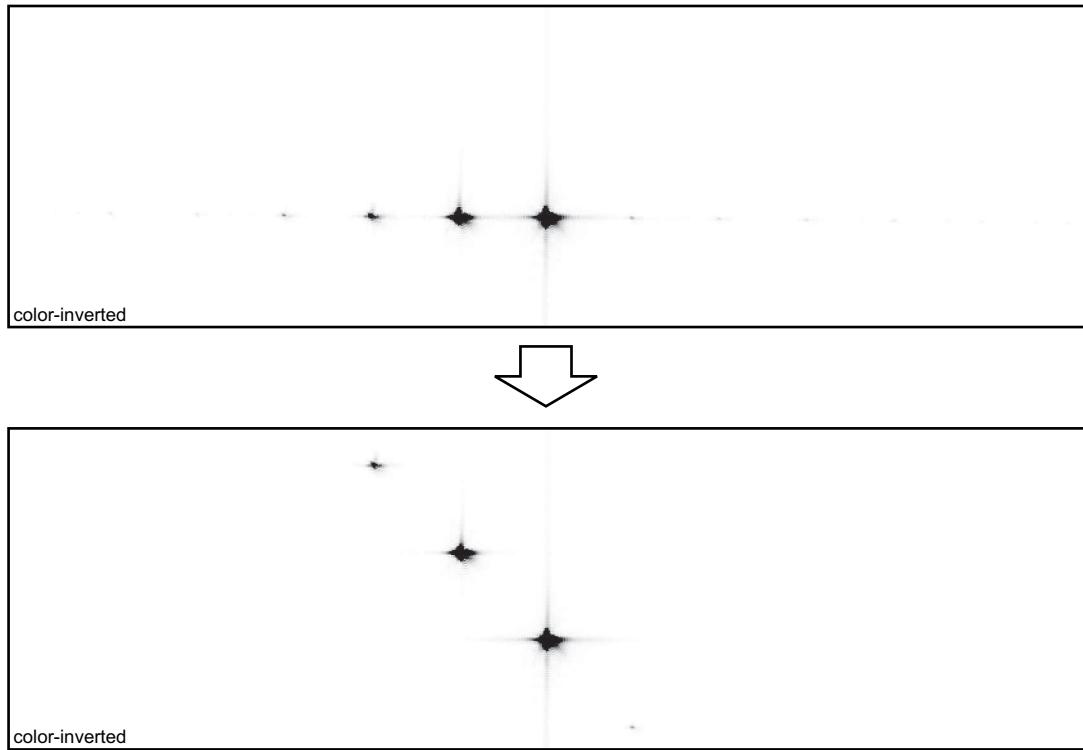


Obrázek 50: Relativní výkon difrakčních řádů reálné blejzované fázové mřížky.

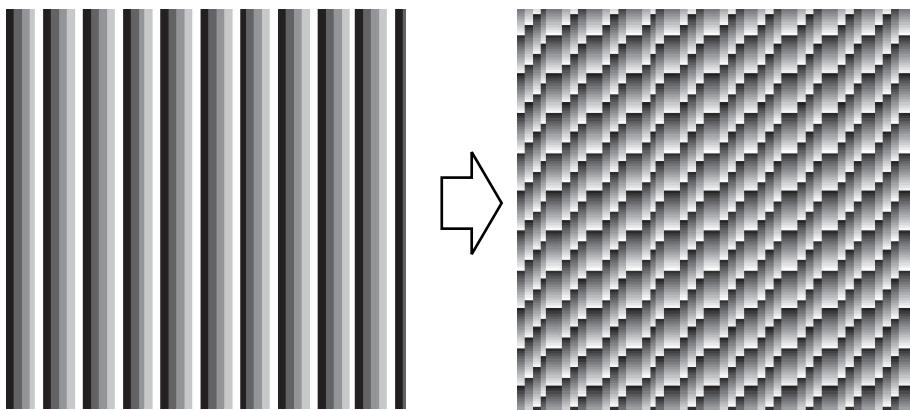


Ideální blejzovaná mřížka
35 period na šířce modulátoru

Ideální blejzovaná mřížka periodická v ose x
sečtená s ideální blejzovanou mřížkou periodickou
v ose y

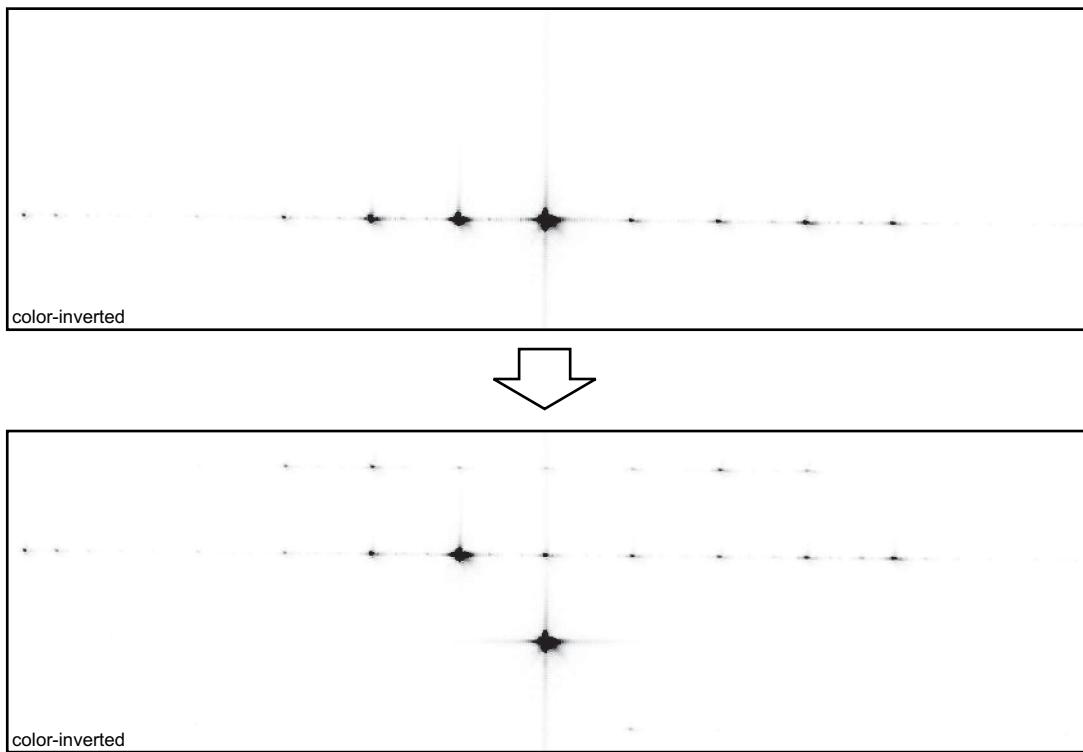


Obrázek 51: Difrakční obrazec ideální blejzované fázové mřížky.



Reálná blejzovaná mřížka
35 period na šířce modulátoru
5 schodů v periodě

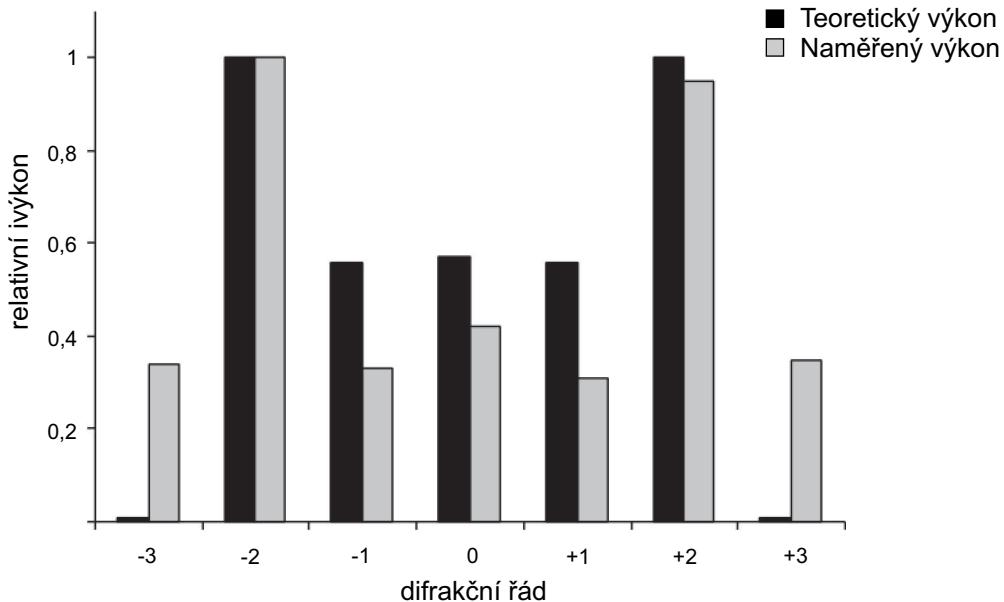
Reálná blejzovaná mřížka periodická v ose x
sečtená s ideální blejzovanou mřížkou periodickou
v ose y



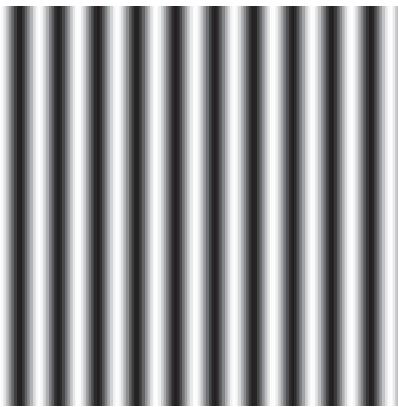
Obrázek 52: Difrakční obrazec reálné blejzované fázové mřížky.

Harmonická fázová mřížka

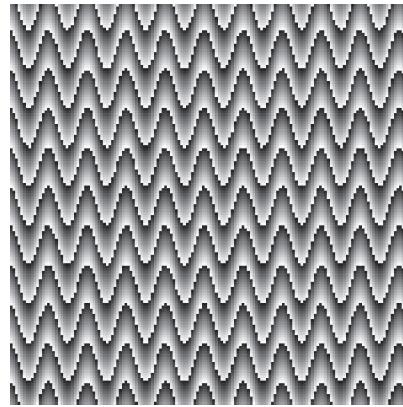
Harmonická fázová mřížka rozkládá světlo do řádů, jejichž energie je určena pomocí Besselovy funkce 1. druhu a je závislá na zdvihu θ_1 (viz obr. 28). Pro experiment bylo zvoleno $\theta = \theta_1 = 2\pi$. Jak je patrno ze srovnání teoretických a relativních výkonů v jednotlivých rádech, korelace není moc dobrá. Energie v nultém, plus prvním a mínus prvním rádu je o dost menší, než by měla být. Naproti tomu v plus a mínus třetím rádu, kde by neměla být prakticky žádná energie, je jí srovnatelně s plus a mínus prvním rádem. Pokud připustíme, že realizace experimentu všech mřížek byly zatíženy stejnou chybou lidského faktoru i srovnatelnými nepřesnostmi ve struktuře fázové masky a shodou v dalších vlivech, lze výsledek interpretovat zcela jednoznačně. Teoretické hodnoty odpovídají *ideální* harmonické masce, kdežto modulátor generuje reálnou, *schodovitou* harmonickou masku. Je tedy evidentní, že pro praktické aplikace je potřeba zcela přesně stanovit vlivy na tvar masky a tyto pak zahrnout do výpočtů. To však není případ harmonické fázové masky, která se v reálných experimentech pro své energetické poměry nepoužívá a je tedy zbytečné složitě vyhodnocovat energetiku difrakce na této struktuře.



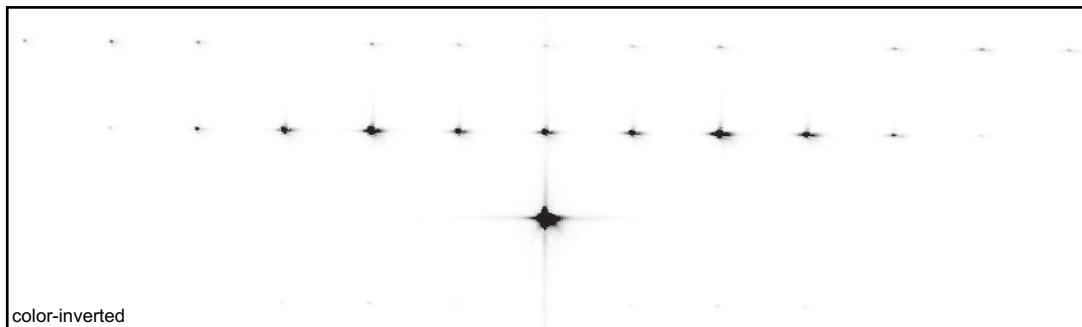
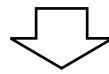
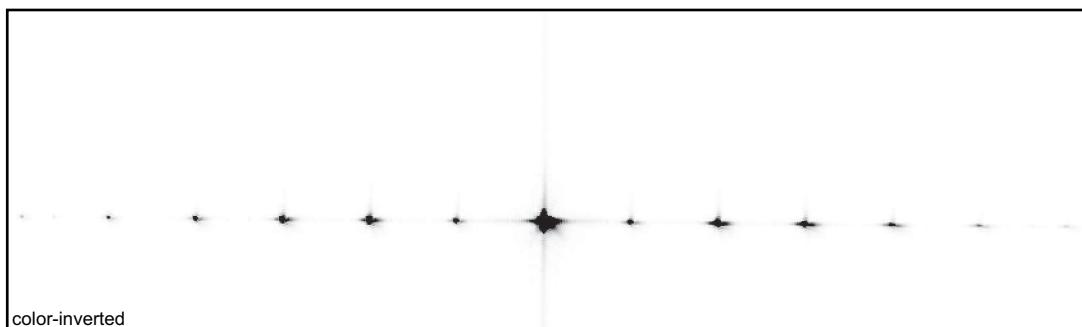
Obrázek 53: Relativní výkon difrakčních rádů harmonické fázové mřížky.



Harmonická fázová mřížka
35 period na šířce modulátoru



Harmonická fázová mřížka periodická v ose x
sečtená s ideální blejzovanou mřížkou periodickou
v ose y



Obrázek 54: Difrakční obrazec harmonické fázové mřížky.

7 Závěr

Cílem diplomové práce bylo teoreticky a experimentálně vyhodnotit energetickou účinnost prostorových modulátorů světla. Prvním krokem při tomto záměru bylo vysvětlit princip činnosti prostorových modulátorů světla a zdůvodnit, které fyzikální projevy světla nebo použitých materiálů mohou a mají vliv na funkci PMS jako optického členu. Dále byl popsán matematický formalismus a fyzikální podstata difrakce světla a postup při výpočtu teoretických hodnot výkonu při difrakci světla na periodických a kvaziperiodických strukturách.

Hlavní náplní práce a alespoň drobným přínosem fyzice bylo zhodnocení teoretických účinností několika význačných typů amplitudových a fázových difrakčních mřížek. Jelikož ale při fyzické realizaci není možno dosáhnout parametrů ideálních struktur, bylo potřeba zhodnocení dalších vlivů působících na energetiku celkové realizace. Byl tedy studován vliv intenzitního rozložení dopadajícího svazku na energetiku difrakce. Jelikož výstupem laseru je Gaussovský svazek, bylo studováno právě toto rozložení intenzity. Rovněž byl diskutován vzájemný překryv dvou difrakčních mřížek, související s fyzickou strukturou většiny modulátorů světla. Při realizaci experimentu je třeba si uvědomit i vliv dalších optických členů a jejich vlastností. Byl tedy diskutován vliv konečného rozměru fokusačního členu na selekci a zmenšení energie ve vyšších difrakčních rádech. Dále byla naznačena zajímavá oblast singulární optiky, zabývající se optickými víry a změnou prostorového rozložení energie svazku v závislosti na konstrukci spirální fázové masky.

V závěru práce byl realizován experiment, při kterém byly hodnoceny vzájemné energetické poměry difrakčních rádů několika zajímavých mřížek. Při porovnání teoretických a experimentálních výsledků bylo zjištěno, že i přes všechny působící vlivy je shoda s teorií poměrně veliká. Byl zjištěn vliv nedokonalostí ve struktuře fázových masek, který ovlivňoval rozdělení energie do difrakčních rádů. Bylo rovněž dokázáno, že ideální teoretické a reálné experimentální výsledky se mohou velmi lišit, pokud se nevezme do úvahy vliv struktury a funkce PMS jako celku.

Reference

- [1] B. E. A. Saleh, M. C. Teich, Základy fotoniky I.–IV., MATFYZPRESS, Praha, 1994.
- [2] A. Yariv, Optical Electronics in Modern Communications, Oxford University Press, New York, 1997 (fifth edition).
- [3] E. Hällstig, Nematic Liquid Crystal Spatial Light Modulators for Laser Beam Steering, Disertační práce, Uppsala University, 2004.
- [4] P. Fiala, Základy fyzikální optiky, Vydavatelství ČVUT, Praha, 1999.
- [5] J. W. Goodman, Introduction to Fourier optics, McGraw-Hill Book Company, New York, 1996 (second edition).
- [6] J. Lin, X. C. Yuan, S. H. Tao, R. E. Burge, Collinear superposition of multiple helical beams generated by a single azimuthally modulated phase-only element, Optical Letters, **30**, 3266-3268, 2005.
- [7] Z. Bouchal, R. Čelechovský, G. A. Swartzlander Jr., Spatially localized vortex structures, Monograph Localized waves, edited by H. E. Hernandez-Figueroa, M. Zamboni-Rached and E. Recami, J. Wiley & Sons (in print).
- [8] Z. Bouchal, O. Haderka, R. Čelechovský, Selective excitation of vortex fibre modes using a spatial light modulator, New Journal of Physics, **7**, 125, 2005.
- [9] Z. Bouchal, Optické víry - nový směr rozvoje singulární optiky, Československý časopis fyziky, **53**, 11-19, (2003).
- [10] Z. Bouchal, Světelné víry, Vesmír, **82**, 152-155, 2003.
- [11] C. S. Guo, D. M. Xue, Y. J. Han, J. Ding, Optimal phase steps of multi-level spiral phase plates, Optics Communications, **268**, 235-239, 2006.
- [12] Z. Cao, L. Xuan, L. Hu, X. Lu, Q. Mu, Temperature effect on the diffraction efficiency of the liquid crystal spatial light modulator, Optics Communications, **267**, 69-73, 2006.
- [13] www.displaytech.com
- [14] www.hamamatsu.com

[15] www.bnnonlinear.com

[16] www.crlopto.com